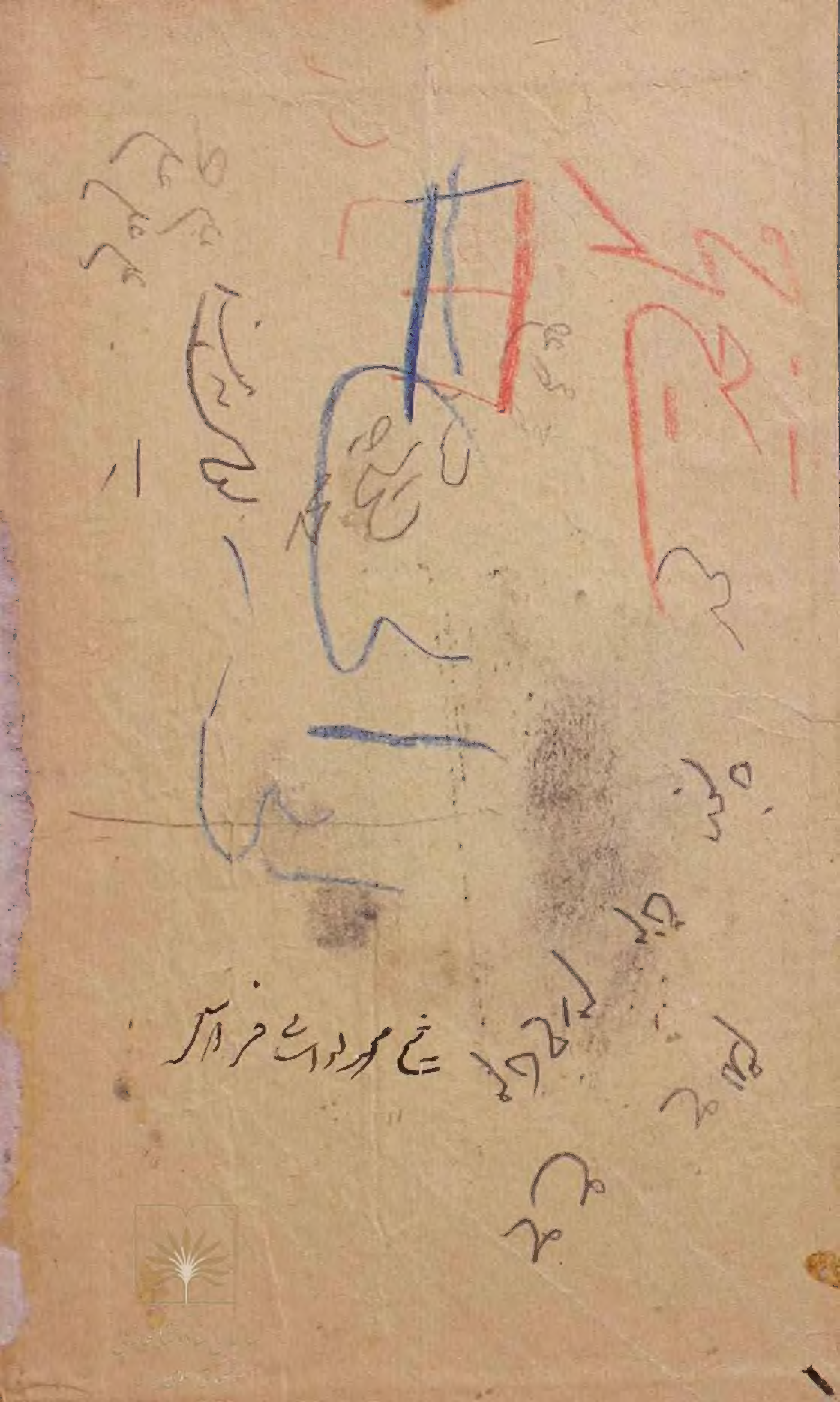


در دفتر کتب کتابخانه ملی
بشماره ۱۰۴۷۰۲۶
ثبت گردید

حکمت ریاضی

اصول علم حساب

از تألیفات

علیخان

شاگرد قدیم مدرسهٔ پولی تکنیک پاریس و مدرسهٔ
توپخانه و مهندس فونتن بلو
معلم توپخانهٔ مدرسهٔ مبارکهٔ دار الفنون

چاپ طهران

جلدی پنج هزار دینار
بفروش میرسد

مقالهٔ اوّل در قواعد اعداد صحاح

صفحه

مقالهٔ دوّم در خواص اعداد

در پنج باب

مقالهٔ سیّم در کسور اعشاریه

بسم الله الرحمن الرحیم

اصول علم حساب

مقالهٔ اول در اعداد صحاح

۱ — فصل اول در قسمها

چند شیٔ مشخص متحد را میتوان بدو طریق ملاحظه نمود یا فرداً فرداً و یا من حیث المجموع هر یك از آن اشیا را بالانفراد **واحد** گوئیم و تمام آنها را من حیث المجموع **عدد صحیح** نامیم و گاه واحد را نیز عدد خوانیم

۲ — چون بر عدد مفروضی یك واحد اضافه کنیم عدد ما بعد آن حاصل میگردد و بنابراین سلسلهٔ اعداد صحاح نامتناهیست

۳ — عدد بر دو نوع است **مقید و مطلق**

عدد مقید آنستکه نوع آحاد آن معین شده باشد مثل پنج روز و سه تومان و یازده نفر

عدد مطلق آنستکه نوع آحاد آن معین نشده باشد مثل پنج و سه

اصول علم حساب

و یازده

۴ ـــ علم حساب علم اعداد است و جزء عمدهٔ اصلی این علم ذکر اصول اعمالی است که میتوان در اعداد بجا آورد

قبل از شروع بذکر اعمال باید سلسلهٔ نامتناهی (۲) اعداد صحاح را نامید و نوشت

شمار

۵ ـــ مجموع قواعدیکه باعانت آنها میتوان بوجه اسهل سلسلهٔ نامتناهی اعداد صحاح را نامید و نوشت شمار گوئیم پس شمار بر دو نوع است

لفظی و خطی

شمار لفظی قانونی است که باعانت آن میتوان باعدهٔ قلیلی از الفاظ سلسلهٔ نامتناهی اعداد را نامید

شمار خطی قانونی است که باعانت آن میتوان باعدهٔ قلیلی از علامات سلسلهٔ نامتناهی اعداد را نوشت

علامات مستعمله شمار خطی را ارقام گوئیم و عدهٔ آنها را بنیان شمار خوانیم

در این رساله گفتگو نمیکنیم جز از شماریکه معمول به بسیاری از طوایف روی زمین و بنیان آن ده است و آنرا شمار اعشاری گوئیم

۶ — اسامی اعداد ابتدا از اول سلسلهٔ طبیعی آنها از این قرار است

یک دو سه چهار پنج شش هفت هشت نه

عددی مابعد که در شمار اهمیت مخصوص دارد موسوم است

به ده یا عشره

و آنرا واحد مرتبهٔ دوم نیز گویند

عددی که حاصل میشود از اجتماع ده عشره موسوم است

به صد یا مائة

و آنرا واحد مرتبهٔ سیم نیز خوانند

بالاخره چون از ده واحد هر مرتبه عددی تالیف نمائیم واحد مرتبه بالاتر صورت می بندد و اسامی آنها را در جدول ذیل ثبت نموده ایم

یک	یا واحد	واحد مرتبه اول	
ده	عشره	واحد مرتبه دوم	ده واحد
صد	مائة	واحد مرتبه سیم	ده عشره
هزار	الف	واحد مرتبه چهارم	ده مائة

اصول علم حساب

ده هزار	عشرة الف	واحد مرتبهٔ پنجم	ده الف
صد هزار	مائة الف	واحد مرتبهٔ ششم	ده عشرات الف
هزار هزار	دو کرور	واحد مرتبهٔ هفتم	ده مآت الف
ده میلیون	عشرات میلیون	واحد مرتبهٔ هشتم	ده آحاد میلیون
صد میلیون	مآت میلیون	واحد مرتبهٔ نهم	ده عشرات میلیون
بیلیون	آحاد بیلیون	واحد مرتبهٔ دهم	ده مآت میلیون
ده بیلیون	عشرات بیلیون	واحد مرتبهٔ یازدهم	ده آحاد بیلیون
صد بیلیون	مآت بیلیون	واحد مرتبهٔ دوازدهم	ده عشرات بیلیون
تریلیون	آحاد تریلیون	واحد مرتبهٔ سیزدهم	ده مآت بیلیون
ده تریلیون	عشرات تریلیون	واحد مرتبهٔ چهاردهم	ده آحاد تریلیون
صد تریلیون	مآت تریلیون	واحد مرتبهٔ پانزدهم	ده عشرات تریلیون
کادریلیون	آحاد کادریلیون	واحد مرتبهٔ شانزدهم	ده مآت تریلیون

وغیره وغیره

۷ — بواسطهٔ املای آحاد مراتب مختلفه در سطری ناپیدا تمام اعداد بدست می‌آید
در حقیقت فرض میکنیم عدد بزرگتر از نه پس از آحاد آن عدد یک یا چند واحد

مرتبه ثانی یعنی یک یا چندین عشره تا الف میکنیم و اگر آحاد چند باقی مانده عده آنها کمتر خواهد بود از ده و بنابراین عدد مذکور مرکب خواهد بود از عشرات چند با ضمائم چند واحد که عده آنها کمتر است از ده

حال اگر عده عشرات از نه تجاوز نمود باشد از تا الف آنها یک یا چند مرتبه ثالث یعنی یک یا چند مائه تا الف میکنیم و اگر عشرات چند باقی ماند عده آنها کمتر خواهد بود از ده و بنابراین عدد مذکور مرکب خواهد بود از مئات چند با ضمائم عشرات چندین که عده آنها کمتر است از ده

و چون بهمین طریق معلوم است تمامیم معلوم میشود که

هر عددی مرکب است از آحاد مراتب مختلفه و عده هر یک از آنها کمتر است از ده

بنابراین بجهت نامیدن هر عدد کافیست آحاد مراتب مختلفه آن عدد را ذکر نمائیم مثلا همین قدر که گوئیم عددی مرکب است از سه الف و نه مائه و چهار عشره و دو واحد چنین عدد معین خواهد بود

۸ — در نمرههای سابق سعی نمودیم که قانون کلی شمار را توضیح نمائیم و بجهت تکمیل شمار لفظی کافی است بعضی تفاصیل متعلقه بآنرا ذکر کنیم

اصول علم حساب

عشرات منتو الیه ابتداء از ده و عشره الی نه عشره مابین اسامی موسومند

بیست سی چهل پنجاه شصت هفتاد هشتاد نود

بجهت نامیدن اعداد واقعه مابین ده وصد قاعده آنست که بتوالی عدد عشرات

و عدد آحاد بسیط آنعدد را ذکر نمائیم مثلا چهار ده و هشتاد و پنج

و نود و شش و چهل و غیره عبارت از اعداد یکه بترتیب مرکبند از یک عشره

و چهار واحد و از هشت عشره و پنج واحد و از نه عشره و شش واحد و از چهار عشره و ده و غیره

در این موقع مناسب است ذکر کنیم که اسامی ذیل

یازده دوازده سیزده پانزده شانزده و هفده و هیجده و نوزده

بجای این اسامی متداول شده اند

یک و ده دو و ده سه و ده پنج و ده شش و ده

هفت و ده هشت و ده نه و ده

مآت منتو الیه ابتدا از دو مائه الی نه مائه باین اسامی موسومند

دویست سیصد چهارصد پانصد ششصد هفتصد هشتصد نهصد

بجهت نامیدن اعداد واقعه مابین صد و هزار قاعده آنست که بتوالی عدد مآت

و عدد عشرات و عدد آحاد بسیط آن را ذکر نمائیم مثلا عدد سیصد و شصت و پنج

مرکب است از سه ماة و شش عشرة و پنج واحد

اعداد واقعه مابین هزار و میلیون ممکن است مرکب باشند از مآت الف، عشرات الف و آحاد الف و از مآت و عشرات و آحاد پس ابتداء اجزاء الوف آنرا ذکر میکنند و پس از آن عدد کوچکتر از الف آنرا مثلا عددی که مرکب باشد از هفت مآت الف و پنج عشرات الف و دو الف و سه ماة و هفت عشرة و پنج واحد موسوم خواهد بود به هفتصد و پنجاه و دو هزار و سیصد و هفتاد و پنج واحد

اعداد واقعه مابین میلیون و بیلیون و مابین بیلیون و تریلیون وغیره را بهمین طریق تلفظ می نمایند

۹ — از قاعدهٔ شمار لفظی نتیجه میشود که در واقع هر عددی مرکب است از آحاد مراتب اول و چهارم و هفتم و دهم وغیره و این آحاد یعنی یك هزار میلیون بیلیون تریلیون کاتریلیون کنطیلیون سکسطیلیون وغیره موسومند به **آحاد اصلیه یا طبقات**

طبقات در شمار لفظی اهمیت مخصوصه دارند و آن اینست

که بهر یك از آنها اسم مخصوص داده شده ولی ملاحظه این احاد اصلیه
در شمار خطی که مبنا قواعد حسابیه است فائده ندارد .

شمار خطی

۱۰ — قاعدهٔ کلیه که در نمرهٔ (۷) ذکر نمودیم کافیست محض
اینکه با ده علامت بتوانیم تمام اعداد را بنویسیم و این علامات را
که ارقام گوئیم بر دو نوع‌اند نه عدد آنها و ارقام با معنی گویند
و صورت آنها از این قرار است

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
یك	دو	سه	چهار	پنج	شش	هفت	هشت	نه

رقم دهم
موسوم است بر **صفر** و مینماید فقدان آحاد را
بجهة نوشتن عدد بزرگتر از ۹ باید چنانچه در نمرهٔ (۷) مذکور شد
تصور کنیم که آنرا با حکام اینکه مختلفه تجزیه نموده ایم در این صورت
رقمی را که نمایش آحاد مرتبه بالا تر است می نویسیم و در سمت یمین
آن رقمی را که نمایش آحاد مرتبه بلا واسطه تحتانی است رقم می نویسیم اگر عدد

مفروض دارای آحاد این مرتبه نباشد بجای آن صفر وضع مینمائیم و اگر عدد مفروض دارای آحاد مراتب تا الا نزد مرتبهٔ دوم باشد بهمین طریق پیش میرویم و از این قرار معلوم میشود که بهتر نوشتن اعداد که نسبت تعالی الی ابتدا از یسار به یمین آحاد مراتب مختلفهٔ عدد مفروض را مرقوم نمائیم مشروط بر اینکه از آحاد اعلی شروع نموده بجای هر مرتبه که مفقود باشد صفر وضع کنیم

مثال — ۱ — آحاد مرتبهٔ دوم و سیم و غیره را چنین مینمایند

۱۰ ۱۰۰ ۱۰۰۰ وغیره

۲ — عددی را که مرکب باشد از چهار مائه و هفت عشره و هشت واحد چنین مینویسند

۴۷۸

۳ — عددی را که مرکب باشد از هفت عشرات الف و چهار مائه و دو واحد چنین مینویسند

۷۰۴۰۲

پس معلوم میشود که شما خطی مینی بر قاعدهٔ نمره (۷) و قرارداد ذیل هر رقمی که نوشته شود در سمت یمین رقم دیگر مینماید آحاد مرتبهٔ بلاواسطهٔ تحتانی آن رقم را

بطور مجمل قواعد ذیل مبنا شمارند و باعانت آنها میتوانیم عدد را که بارقام نوشته شده باشد تلفظ نمود و بالعکس هر عددی را اگر بر وفق قواعد لفظی تلفظ نموده باشند بارقام نوشت

قاعده تلفظ و خواندن عددیکه بارقام نوشته شده باشد

۱۱ —— **قاعدهٔ اول** —— بخواهند عددی که بیش از سه رقم نداشته باشد قاعده آنستکه ابتدا از سمت چپ ابتدا نموده الفاظ ارقام را با معنی آن عدد را مشروط بر آنکه اسم آحاد رقم را نیز ذکر نمائیم مثلاً عدد ۳۷۶ چهار صد و سی و هفت عدد ۳۷۵ را سی صد و هفتاد و پنج تلفظ میکنند

۱۲ —— **قاعدهٔ دوم** —— بخواهند عددی که بیش از سه رقم داشته باشد باید آنرا ابتدا از سمت یمین بقطعات سه رقمی قسمت نمود و ممکن است که آخرین قطعه سمت چپ فقط یک یا دو رقم باشد پس از آن هر یک از قطعات را مثل اینکه تنها نوشته شده باشد خوانده اسم مرتبهٔ آحاد رقم اخیر آنرا ذکر میکنیم

چون عددی بر وفق قاعدهٔ فوق بقطعات سه رقمی قسمت کردید قطعهٔ اوّل سمت یمین طبقهٔ آحاد بسیط است و قطعهٔ ثانی طبقهٔ الوف و قطعهٔ ثالث طبقهٔ میلیون و غیره

مثلاً عدد ۲۳۷۰۴۰۲۰۳ را باید دویست و سی و هفت میلیون و چهل هزار و دویست و سه واحد خواند

قاعده بجهة نوشتن عددی که بلفظ ادا شده باشد

۱۳ — بجهت نوشتن عددی که بر وفق شمار لفظی بلفظ ادا شده باشد قاعده آنستکه ابتدا از سمت یسار بترتیب عدد آحاد طبقات مختلفه آنرا بتوالی یکدیگر بنویسیم هر یک از این طبقات ابتدا از طبقهٔ ثانی سمت یسار باید دارای آحاد سه مرتبه باشد و بنابراین در سمت یسار هر طبقه که بیش از دو رقم نداشته باشد یک صفر وضع میکنیم و در سمت یسار آنکه بیش از یک رقم ندارد دو صفر و اگر در عدد مفروض یکی از طبقات بکلّی مفقود باشد بجای آن سه صفر قرار میدهیم

مثلاً عدد سی میلیون و بیست و هفت میلیون و سیصد و هفت واحد را چنین نویسند

۳۵۰۲۷۰۰۰۳۰۷

فصل دوم

در جمع و تفریق

جمع

۱۴ــــ مقصود از جمع چندین عدد تعیین عددی است که بتنهائی شامل جمیع آحاد آن چند عدد مفروض باشد چندین عدد که نتیجهٔ عمل جمع است مجموع یا میزان و یا حاصل جمع نامند

عمل جمع را بعلامت + می نامند که بعلاوه تلفظ می شود

مثلاً ۸+۴ را باید ۸ بعلاوه ۴ تلفظ نمود

حالات مخصوص جمع

۱۵ــــ جمع دو عدد تک رقمی و جمع چند عدد باعدد یک رقمی اشکالی ندارد و باید متعلم بواسطهٔ تمرینات حاصل این نوع جمع ها را ابدون تأمل بیابد

مثلاً بلافاصله بگویند ۸ و ۱۲ دوازده یا ۸ و ... دو

پس کافیست همین قاعده را که کلمهٔ جمع در ایجاد آن نمائیم

مسائل کلیهٔ جمع

۱ — **قاعده** — بجهت جمع چند عدد قاعده آنست که آنها را

در زیر ستون قائم تحت یکدیگر بنویسیم بطریقی که آحاد آنها

به محاذات یکدیگر واقع شوند یعنی آحاد در تحت آحاد و عشرات

در تحت عشرات و مئات در تحت مئات و غیره پس از آن خطی از زیر

آنها رسم کنیم و از سمت یمین شروع نموده آحاد را جمع اول با

یکدیگر جمع نمائیم آنچه حاصل از جمع آنها شود اگر یک رقم باشد آنرا در تحت خط

بنویسیم و اگر دو رقم باشد آحاد آنرا نوشته عشرات آنرا محفوظ داشته

و بستون ما بعد میفزائیم و این عمل را مکرر کنیم تا جمیع ستونها تمام شود

نتیجه آنکه در ستون اخیر علاوه بر آحاد عشرات هم موجود باشد

را یکمرتبه نویسیم چون حاصل جمع ستونی دارای آحاد نباشد و تنها

عشرات فقط داشته باشد صفری بجای آحاد وضع میکنیم و عشرات را

با ستون ما بعد اضافه مینمائیم

مثال بجهة جمع اعداد ۶۹۵۱۷ و ۷۹۴۶ و ۵۹۵۷ و ۳۱۵ صورت عمل چنین میشود

	۶۹۵۱۷
	۷۹۴۶
	۵۹۵۷
	۳۱۵
مجموع	۸۳۱۸۵

۱۷ ــ تساوی بین دو عدد را باین علامت = مینمایند و تلفظ میکنند مساوی مثلا

$$۸+۴=۱۲$$

تلفظ میشود ۸ بعلاوه ۴ مساوی ۱۲ و مینماید که ۱۲ حاصل جمع دو عدد ۸ و ۴ است

در تفریق

حلقه

۱۸ ــ تفریق عملی است که بواسطهٔ آن از عدد مفروضی آنقدر از عدد دیگر نقصان میکنیم

که در عدد مفروض دیگر موجود است نتیجهٔ این عمل را **باقی** یا **تفاضل** یا **حاصل تفریق** گویند و گاه آنرا **اختلاف** ما بین دو عدد یا فضل بزرگتر بر کوچکتر نامند

واضح است که در این صورت عدد بزرگتر مرکب خواهد بود از آحاد عدد کوچکتر و آحاد باقی و بعبارت اخری عدد بزرگتر مجموع عدد کوچکتر و تفاضل خواهد بود

پس میتوان تفریق را بطریق ذیل نیز تعریف کرد

هرگاه معلوم باشد حاصل جمع دو عدد و یکی از آنها مقصود از تفریق تعیین عدد دیگر است

حاصل جمع معلوم یعنی عدد بزرگتر را **مفروق منه** یا **مفروق عنه** گویند و عدد کوچکتر را **مفروق** نامند

عمل تفریق را بعلامت ــــ می نمایند که منها تلفظ میشود

مثلا ۴ ــ ۹ را باید ۸ منهای ۴ تلفظ نمود

حالات مخصوص تفریق

۱۹ ــــ تفریق عدد یک رقمی از عدد دیگر رقمی و تفریق عدد یک رقمی از عدد چند رقمی اشکالی ندارد و باید متعلم

بواسطه مشق و عادت حاصل این نوع تفریقها را بدون [illegible]
مثلا ٩ بلا فاصله بگوید ٣ از ٩ شش و یا ٤ از ٢ [illegible]
بیتامل همچنین قدری قاعده کلیه تفریق را در اینجا ذکر مینمائیم

حالت کلیه تفریق

٢٠ — **قاعده** — بجهت تفریق [illegible] از عدد [illegible] قاعده
آنستکه عدد کوچکتر را در زیر عدد بزرگتر بطوریکه [illegible] بنویسیم که
آحاد مراتب مختلفه به محاذات یکدیگر واقع شوند پس از آن خطی افقی
در تحت آنها رسم کنیم و از سمت یمین شروع نموده هر یک از ارقام
عدد تحتانی را از رقم نظیر آن تفریق نمائیم
اگر یکی از ارقام عدد فوقانی کوچکتر باشد از رقم نظیر [illegible]
[illegible] بر آن رقم ده واحد اضافه نمایند و [illegible]
و [illegible] یک واحد بر رقم عدد تحتانی بعد افزایند

٢١ — **قاعده دیگر** — پس از نوشتن [illegible]
افقی بعمل جمع تفحص میکنند رقمی را که [illegible] بر هر رقم [illegible] اضافه نمایند رقم
نظیر آن در مفروق منه حاصل گردد

اگر بعضی ارقام مفروق بزرگتر باشند از رقم نظیر خود در مفروق منه در اینصورت رقمی نقص میکنند که چون بر رقم مفروق افزوده شود آنگاه مجموع مطابق باشد با رقم مفروق منه و چون نوبت بما بعد رسند یک واحد در رقم مفروق بیفزایند

مثال — بجهت تفریق عدد ۱۷۶۳۸۲ از ۲۰۵۶۳۴ صورت عمل چنین میشود

مفروق منه	۲۰۵۶۳۴
مفروق	۱۷۶۳۸۲
تفاضل	۲۹۲۵۲

۲۰۵۶۳۴ — ۱۷۶۳۸۲ = ۲۹۲۵۲

در امتحان جمع و تفریق

۲۲ — تعریف — امتحان هر عمل عملی است ثانوی که بجا آورند بجهت تحقیق صحت عمل اول

امتحانات جمع

۲۳ — امتحان اول — یکی از امتحانات جمع اینست که عمل جمع بعکس ترتیب اول تکرار نمائیم یعنی اگر عمل را از تحت بفوق بجا آورده ایم از فوق بتحت مکرر نمائیم و بالعکس

۲۴ --- امتحان ثانی --- اگر یکی از اعداد متفرقه را کنار گذارده بقیه را با یکدیگر جمع کنیم و این حاصل جمع جزء را از حاصل جمع کل تفریق نمائیم باید عددی که کنار گذارده ایم باقی ماند
و یا آنکه عددی را که کنار گذارده ایم از حاصل جمع کل تفریق نمائیم تا همان حاصل جزء بدست آید

مثال

۹۵۰۷
۹۳۹
۵۰۲۸

حاصل جمع کل ۱۵۴۷۴

مجموع کل ۱۵۴۷۴   ۹۵۰۷
مجموع جزء ۱۰۴۴۶   ۹۳۹
۵۰۲۸   ۱۰۴۴۶

مجموع کل ۱۵۴۷۴
۵۰۲۸
مجموع جزء ۱۰۴۴۶

۲۵ --- امتحان اول --- یکی از امتحانات تفریق آنست که اگر باقی را بر مفروق اضافه کنیم باید مفروق منه حاصل گردد

۲۶ — امتحان ثانی — چون باقی را از مفروق منه نقصان نمائیم مفروق حاصل گردد

مثال

مفروق منه ۲۰۵۶۳۴

مفروق ۱۷۶۳۸۲

حاصل تفریق ۱۲۹۲۵۲

۱۷۶۳۸۲	۲۰۵۶۳۴
۲۹۲۵۲	۲۹۲۵۲
۲۰۵۶۳۴	۱۷۶۳۸۲

۲۶ — تنبیه — ممکن است عملی را امتحان کنیم و درست بنظر آید و حال آنکه غلط باشد و از اینقرار نباید اعتماد کلی بامتحان نمود

در مقسم علیه یا حساب

۲۷ — مقسم علیه یا حساب هر عدد عدد ثانوی است که چون آن را بر عدد اول اضافه نمائیم

مساوی یک واحد مرتبه بلا واسطه فوقانی آن عدد گردد

مثلاً متمم حسابی ۴۷۸۲۹ عددی است که چون بر آن اضافه نمائیم حاصل مساوی ۱۰۰۰۰۰ گردد

پس بجهت تعیین متمم حسابی عدد مفروض کافیست آنرا از واحدی که بعده ارقام آن عدد صفر داشته باشد تفریق نمائیم

۱۰۰۰۰۰
۴۷۸۲۹
۵۲۱۷۱

ازاینقرار بجهت تعیین متمم رقم اول سمت یمین عدد را از ده و سایر آن را از ۹ تفریق میکنیم

اگر عدد منتهی باصفار شود باشد متمم آن نیز منتهی بهمان عده صفر خواهد بود. مثلاً متمم ۴۷۸۲۹۰۰ عدد ۵۲۱۷۱۰۰ است

پس بطریق عمل باید تمام ارقام عدد مفروض را از ۹ کم کرد بجز آخرین رقم با معنی سمت یمین که از ده کم میکنند و پس از آن در یمین متمم بعده اصفار عدد مفروض صفر قرار میدهند

بواسطهٔ استعمال متمم عددی میتوان تفریق را بجمع بدل نمود از این قرار که بعوض
تفریق عددی از عدد دیگر متمم عدد کوچکتر را بر عدد بزرگتر می افزائیم
و از حاصل یک واحد مرتبهٔ بالائی واسطهٔ فوقانی عدد کوچکتر را نقصان مینمائیم

مثال ۹ بجای اینکه ۶۷۲۳۰۴ از ۱۵۴۹۸۲۳
تفریق کنیم کافی است بر عدد اخیر ۳۲۷۶۹۶ را بیفزائیم
و از ستون میلیون یک واحد کم کنیم

```
۱۵۴۹۸۲۳          ۱۵۴۹۸۲۳
 ۶۷۲۳۰۴           ۳۲۷۶۹۶
--------         --------
 ۸۷۷۵۱۹          ۱۸۷۷۵۱۹
```

۲۸ — فصل دوم بدانکه این خاصیت ثابت کنیم
هرگاه بر مفروق و مفروق منه عددی اضافه نمائیم یا از
آنها عددی نقصان کنیم در تفاضل تغییر عارض نمیشود

```
۱۴۹          ۱۴۹ + ۱۵ = ۱۶۴
 ۷۸           ۷۸ + ۱۵ =  ۹۳
----         ---------------
 ۷۱                      ۷۱
```

فصل ثالث

در ضرب
عدد صحیح

۲۹ — مقصود از ضرب دو عدد تعیین عددی

ثالثی است که مرکب باشد از عدد اول بعده که واحد در عدد ثانی موجود است
عدد اول را مضروب فیه و عدد ثانی را مضروب و نتیجه عمل را حاصل
ضرب گویند مضروب و مضروب فیه را عوامل حاصل ضرب نیز خوانند
مثلاً مقصود از ضرب نمودن ۵ در ۳ تعیین عددی است چون ۱۵
که مرکب شده باشد از انقدر مرتبه ۵ که در عدد ۳ واحد موجود است
و بعبارت اخری حاصل ضرب ۱۵ مثلاً است به مجموع ۳ عدد مساوی به ۵
علامت ضرب × است که بلفظ میشود ضرب در مثلاً ۳×۵ را
باید ۵ ضرب در ۳ بلفظ نمود

۵ ۳ --- در ضرب دو عدد صحیح سه حالت ممکن است اتفاق افتد
حالت اول ضرب عدد یک رقمی است در عدد یک رقمی و آن را ضرب
مفرد در مفرد نیز گویند

حالت دوم ضرب عدد یک رقمی است در عدد چند رقمی و آنرا
ضرب مفرد در مرکب نیز خوانند

بالاخره حالت سیم ضرب عدد چند رقمی است در عدد
چند رقمی و آنرا ضرب مرکب در مرکب نیز نامند

حالت اول

۳۱ — بجهت تعیین حاصل ضرب دو عدد یک رقمی در یکدیگر میتوان جدول ذیل را که منسوب به فیثاغورث حکیم و معروف به جدول آحاد در آحاد است استعمال نمود ولی بجهت سهولت محاسبات متعلمین باید حاصل ضرب اعداد یک رقمی را در ذهن داشته باشند

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷
۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶
۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵
۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴
۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳
۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲
۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱

حال بجهت بیان طرز استعمال این جدول مثالی ذکر میکنیم

فرض میکنیم که مقصود تعیین حاصل ضرب ۷ باشد در ۶ پس عامل ۷ را در ستون قائم سمت یسار [illegible] در سطر افقی سیر میکنیم تا بستون ششم یعنی آن ستونی که در ضلع فوقانی آن عدد ۶ نوشته شده است برسیم در آنجا عدد ۴۲ که حاصل ضرب مطلوب است نوشته شده یعنی ۴۲ همان حاصل ضرب مطلوب است

در ملتقای ستون ششم و سطر هفتم می‌یابیم

حالت دوم

۳۲ — حالت دوم ضرب چنانچه مذکور شد ضرب عدد یک رقمی است در عدد چندین رقمی

قاعده — ضرب عدد یک رقمی در عدد چندین رقمی

قاعده آنست که مضروب‌فیه یک رقمی را در تحت مضروب بنویسیم
افقی و در تحت آنها رسم نموده ابتدا از سمت یمین رقم اول مضروب را
در مضروب‌فیه ضرب نمائیم اگر حاصل از ۹ تجاوز ننمود بعینه آن را
تحت خط می‌نویسیم و اگر از ۹ تجاوز کرد لکن آن را در تحت خط آحاد
آن یعنی آحاد اصل می‌نویسیم و عشرات آن را محفوظ داریم که بعد بر حاصل
ضرب رقم دوم بیفزائیم پس از آن مضروب‌فیه را در رقم دوم مضروب ضرب می‌کنیم
و آنچه محفوظ داشته‌ایم بر این حاصل می‌افزائیم و چنانچه در باب رقم اول مضروب
ذکر شد آحاد این حاصل را نوشته عشرات آن را محفوظ می‌داریم و این عمل را
می‌کنیم تا تمام ارقام مضروب در مضروب‌فیه ضرب شود

مثال

۲۰۹۶
۷
―――
۱۴۶۷۲

حالت سیّم

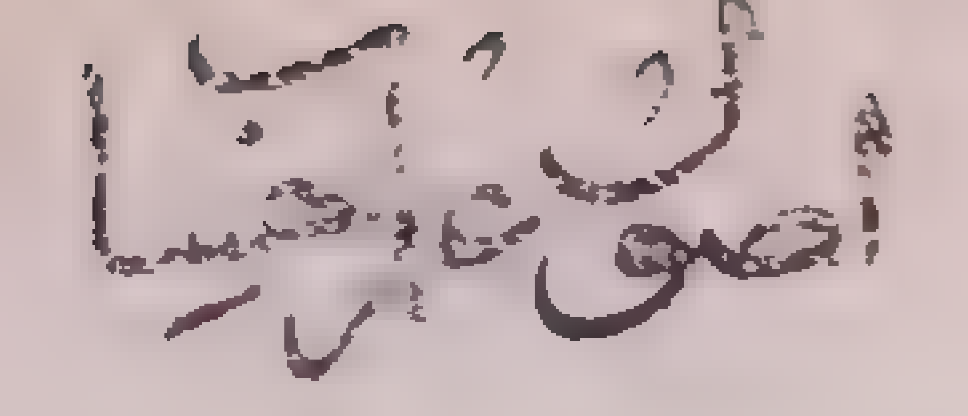
۲۳ —— حالت سیّم ضرب عدد چند رقمی است
در عدد چند رقمی.

قاعده — مضروب فیه را در تحت مضروب نویسیم خطی افقی
در تحت آنها رسم نموده ابتدا از سمت یمین رقم اوّل مضروب فیه را مثل
حالت دوم در تمام ارقام مضروب ضرب نموده حاصل را در تحت خط می‌نویسیم
پس از آن رقم ثانی مضروب فیه را در تمام ارقام مضروب ضرب میکنیم و ابتدا
از زیر مرتبه آن رقم حاصل را زیر … می‌نویسیم و همین
عمل را تکرار میکنیم تا تمام ارقام … ضرب شود
پس از آن در تحت آن حاصلها خطی افقی رسم نموده آنها را با
یکدیگر جمع میکنیم تا حاصل ضرب کل بدست آید.

رقم پس از آن را … می‌نویسیم

مثال

```
 ۲۵۹۶
  ۲۳۲
─────
۱۳۶۱۲
 ۸۳۸
۶۲۸۸
─────
۷۲۲۳۱۲
```



حالت مخصوصه

۳۴ — اگر عوامل ضرب منتهی با صفر باشند در صورت آنها را نهی کنیم و عمل ضرب را در ارقام با معنا آن دو عامل بجا می آوریم و پس از آنکه عامل ضرب بدست آمد بعده اصفار مضروب و مضروب فیه در سمت یمین حاصل ضرب صفر قرار میدهیم

مثال

```
 ۷۶ ۹۰۰۰
   ۴۵۰۰
 --------
  ۳۸۴۵
 ۳۰۷۶
 --------
۳۴۶۰۵۰۰۰۰۰
```

در تعیین عده ارقام حاصل ضرب

۳۵ — عده ارقام حاصل ضرب مساوی است بمجموع عده ارقام مضروب و مضروب فیه یا یکواحد کمتر

اگر حاصل ضرب آخرین قسم یسار سمت دو عامل دارای دو قسم باشد در این صورت عده ارقام حاصل ضرب مساوی است بمجموع عده ارقام دو عامل و اگر حاصل ضرب مرکب از یک قسم باشد عده ارقام حاصل یکواحد از مجموع عده ارقام دو عامل کمتر است

مثلا

عده ارقام حاصل ضرب ۵۶۰۷ در ۹۰ هفت است و عده ارقام حاصل

ضرب ۶۰۹۶ در ۴۱۳ شش

متعلقات ضرب

۳۶ — هرگاه بخواهیم عددی را در حاصل جمع چند عدد دیگر ضرب کنیم میتوانیم آن عدد را در هر یک از اجزاء جمع ضرب نموده حاصل ضربهای جزء را با یکدیگر جمع نمائیم

۴ (۵ + ۳) = ۴ × ۵ + ۴ × ۳

علامت ( ) که معروف به پرانتز است وقتی استعمال میشود که مقصود نمودن نتیجهٔ عملی باشد و اگر در خارج این علامت رقمی نوشته شود باید آن را در حاصل عمل پرانتز ضرب نمود مثلاً در مثال فوق ۴ (۵×۳) یعنی که باید عدد ۴ را در مجموع دو عدد ۵ و ۳ ضرب نمود .

۳۷ — هرگاه بخواهیم عددی را در تفاضل دو عدد ضرب کنیم کافی است آن عدد را در هر یک از اجزاء تفریق ضرب نموده حاصل ضرب جزءها را با یکدیگر تفریق نمائیم

۴ (۵ − ۳) = ۴ × ۵ − ۴ × ۳

۳۸ — هرگاه بخواهیم دو حاصل جمع را در یکدیگر ضرب کنیم میتوانیم هر یک از اجزاء حاصل جمع اول را جدا جدا در هر یک از اجزاء حاصل جمع دوم ضرب کنیم و حاصل ضربهای جزء را با یکدیگر جمع نمائیم

$$(۴+۲)(۵+۳) = ۴\times۵ + ۴\times۳ + ۲\times۵ + ۲\times۳$$

۳۹ — حاصل ضرب چندین عامل عددی را از نتیجه‌ای است که بدست می‌آید در حالتی که عامل اول را در عامل ثانی ضرب نمائید و بعد حاصل این ضرب را در عامل ثالث ضرب کنیم و پس از آن حاصل جدید را در عامل رابع و غیره.

مثلاً حاصل ضرب ۴×۵×۶×۷ بدست می‌آید در صورتیکه ۷ را در ۶ ضرب کنیم و حاصل ضرب ۴۲ را در ۵ و حاصل جدید را در ۴.

فصل چهارم

در تقسیم

تعریف

۴۰ — تقسیم عملی است که بواسطه آن تعیین میکنند که عدد مفروضی چند مرتبه شامل عدد مفروض دیگر است. اولین عدد مفروض را مقسوم و دومین را مقسوم علیه و نتیجه عمل را خارج قسمت نامند. علامت تقسیم : است و تلفظ میشود تقسیم بر مثلاً ۱۲ : ۴ تلفظ میشود ۱۲ تقسیم بر چهار.

۴۱ — عمل تقسیم را میتوان بواسطه تفریق بجای آورد. مثلاً برای تقسیم چهارده بر چهار میتوان ۴ از ۱۴ تفریق نمود پس از آن از باقی مانده ۱۰ دیگر ۴ را تفریق کرده و بالاخره از باقی مانده ۶ عدد ۴ را

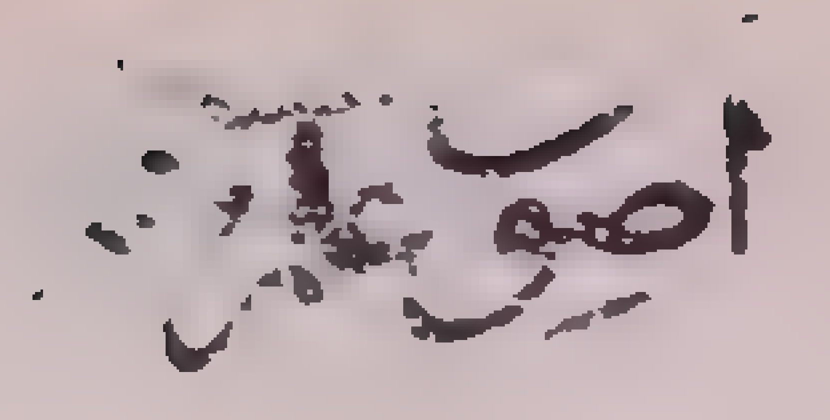
دیگر ۶ را کم کرد تا باقی مانده ۲ بدست آید و بدین طریق دیده میشود
که از مقسوم ۱۴ سه مرتبه مقسوم علیه ۴ تفریق شد و ۲ باقی مانده
پس خارج قسمت تقسیم عدد ۳ و باقی ماندهٔ تقسیم ۲ است.

۴۲ — بنا برآنچه مقدم شد تفاضل ما بین مقسوم و حاصل ضرب
مقسوم علیه در خارج قسمت باید کمتر از مقسوم علیه باشد
در صورتیکه این تفاضل صفر باشد تقسیم بدون باقی است و در این صورت
گویند مقسوم قابل التقسیم است بر مقسوم علیه و یا مقسوم علیه عاد
مقسوم است. در هر حالت تفاضل مذکور را باقی ماندهٔ تقسیم
نامند پس معلوم میشود

۱) در هر تقسیمی که باقی ماندهٔ آن صفر باشد مقسوم مساوی است
به حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت

در هر تقسیمی که باقی مانده صفر نباشد مقسوم مساوی نیست بحاصل ضرب
مقسوم علیه در خارج قسمت بعلاوه باقی مانده چنانچه مذکور شد

+ در هر تقسیمی که باقی مانده موجود نباشد میتوان مقسوم را
حاصل جمع آن قدر از اجزاء متساوی با خارج قسمت دانست که در مقسوم علیه



واحد موجود است و بنابراین میتوان عمل تقسیم را بوجوه ذیل نیز تعریف نمود مقصود از تقسیم مجزا کردن عدد مفروضی است بآن قدر از اجزاء متشابه که عدد مفروض دیگر واحد موجود است و یا در صورتیکه معلوم باشد حاصل ضرب دو عدد و یکی از آنها مقصود از تقسیم تعیین عدد دیگر است

در تعیین عدهٔ ارقام خارج قسمت

۴۳ — هرگاه از سمت یسار مقسوم آنقدر رقم جدا کنیم که اولاً یک مرتبه شامل مقسوم علیه باشد ولی کمتر باشد از ده برابر آن در ثانی مرتبه آحاد آخرین رقم سمت یمین عددی که از مقسوم جدا شده است آحاد مرتبه اعلای خارج قسمت خواهد بود

چون آحاد مرتبه اعلای خارج قسمت بدست آمد عدهٔ ارقام آن معین خواهد بود

۴۴ — در تقسیم ممکن است سه حالت اتفاق افتد

حالت اول آنست که مقسوم علیه صاحب یک رقم باشد و خارج قسمت کمتر از ده

حالت دوم آنست که مقسوم و مقسوم علیه صاحب چند رقم باشند و خارج قسمت کمتر از ده

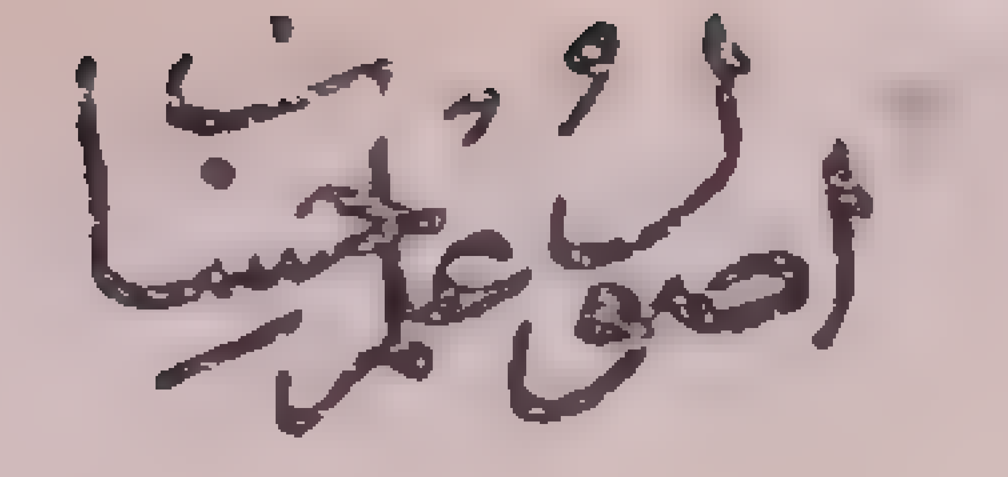
حالت سیم آنست که قطع نظر از عدهٔ ارقام مقسوم و مقسوم علیه

خارج قسمت اقلاً ده باشد

حالت اول

۴۵ — حالت اول تقسیم را میتوان باین طریق خیلی آسان نمود اگر صفری
در سمت یمین مقسوم علیه یک صفر اضافه نمائیم از مقسوم بزرگتر گردد
خارج قسمت اینحالت را میتوان از روی جدول فیثاغورث تعیین نمود
از این قرار که در ستون اول سمت یسار مقسوم علیه یک رقمی را
تفحص نموده در سطر افقی سیر میکنیم تا بعددی برسیم که یا مساوی
مقسوم باشد و یا قدری کوچک تر از آن مشروط بر اینکه عدد
مابعد آن بزرگتر از مقسوم باشد در اینحالت عددیکه در
منتهای فوقانی ستون قائمی که در آن توقف نموده ایم نوشته شده
خارج قسمت مطلوب است مثلاً بجهت تقسیم ۴۹ بر ۸ در ستون قائم
سمت یسار عدد هشت را تفحص میکنیم و در سطر افقی هشتم سیر مینمائیم
تا عدد ۴۸ در اینحالت رقم ۶ که در منتهای فوقانی ستون قائم ضبط است
خارج قسمت مطلوب است و چون ۴۸ را از ۴۹ تفریق نمائیم تفاضل
۱ باقیمانده تقسیم مطلوب است و

$$۱ + ۶ \times ۸ = ۴۹$$



ولی بجهت سهولت عمل تقسیم باید متعلمین بواسطهٔ مشق خارج
قسمت تقسیم حالت اول را بدون تأمل بیابند مثلاً
بلافاصله بگویند ۷۵ تقسیم بر ۸ نه مرتبه

۴۶ — چنانچه مذکور شد حالت دوم تقسیم آنست که مقسوم و
مقسوم علیه صاحب چندین رقم باشند خارج قسمت کمتر از ده

قاعده — بجهت اجرای این تقسیم از سمت یمین مقسوم علیه
آنقدر رقم جدا میکنیم که یکی باقی ماند و همین عده نیز از سمت
یمین مقسوم جدا نموده جزو باقی سمت یسار مقسوم را بر رقم اول سمت
یسار مقسوم علیه قسمت میکنیم (۴۵) و رقمیکه میابیم خارج قسمت
مطلوب یا نسبتاً قدری بزرگتر از آن پس بعضاً ابتدا بر وفق قاعدهٔ ذیل
آن رقم را امتحان میکنیم از این قرار که آن رقم را در تمام رقوم سمت یسار
مقسوم علیه ضرب نموده ارقام این حاصل ضرب را با ارقام نظیر آنها
در مقسوم مطابق میکنیم پس اگر این حاصل کوچکتر شد از جزء نظیر
خود در مقسوم معلوم میشود که رقم مفروض صحیح است و اگر بالعکس
حاصل از جزء نظیر خود بزرگتر گردید معلوم میشود که آن رقم از خارج قسمت

واقعی بزرگتر است وبنابراین یک واحد از آن رقم میکاهیم و مجدداً امتحان کنیم

(در تتمه آخر این فصل قاعده دیگر بجهت امتحان نمودن خارج قسمت ذکر خواهیم نمود)

مثال

۵۷۹۴۳۲	۶۵۷۱۹
۵۲۵۷۵۲	۸
۵۳۶۸۰	

۵۷۹۴۳۲ = ۶۵۷۱۹ × ۸ + ۵۳۶۸۰

در مثال فوق خارج قسمت تقسیم ۵۷ بر ۶ عدد ۹ است

و چون آنرا در سه رقم سمت یسار مقسوم علیه ضرب کنیم حاصل ضرب

۵۹۱۳ بزرگتر است از ۵۷۹۴ و بنابراین رقم ۹ بزرگ است

حالت سیّم

۴۷ — حالت سیم تقسیم آنست که قطع نظر از ارقام مقسوم و مقسوم علیه

خارج قسمت بیش از یک رقم داشته باشد

طرز شناختن این حالت این است که اگر صفر در جانب یمین مقسوم علیه

اضافه نمائیم یعنی آنرا ده برابر کنیم باز کوچکتر باشد از مقسوم

قاعده بجهت تقسیم دو عدد بر یکدیگر در آن حالتی که خارج قسمت صاحب

بند بن رقم است قاعده آنست که مقسوم را در سمت یمین مقسوم علیه بنویسیم
و بواسطهٔ خطی قائم آنها را از یکدیگر جدا نموده خطی افقی در تحت مقسوم علیه رسم
کنیم و ارقام خارج قسمت را که بنده بهیچ می یابیم در تحت این خط مرقوم داریم
پس از آن از سمت یسار مقسوم آنقدر رقم جدا کنیم که جزء سمت یسار اقلاً
یکمرتبه و لکن کمتر از ده مرتبه شامل مقسوم علیه باشد و در اینصورت
آنرا اوّل مقسوم جزء گوئیم و مرتبهٔ آخر بن رقم سمت یمین این قطعه
از جنس مرتبهٔ اعلای خارج قسمت مطلوب خواهد بود پس بروفق حالت
دوّم (۴۴) اوّل مقسوم جزء را بر مقسوم علیه قسمت میکنیم و خارج قسمت
این تقسیم رقم اوّل خارج قسمت مطلوب خواهد بود
بعد آن رقمی از مقسوم را که مرتبهٔ آن از جنس مرتبهٔ رقم دوّم خارج قسمت است
در یمین باقی این تقسیم فرود می آوریم تا دوّم مقسوم جزء بدست آید
پس بروفق حالت دوّم این مقسوم جزء را نیز بر مقسوم علیه قسمت
می نمائیم و خارج قسمت این تقسیم رقم دوّم خارج قسمت مطلوب خواهد بود
بالاخره بهمین طریق مداومت میکنیم تا تمام ارقام
مقسوم فرود آیند

مثال

مقسوم علیه ۸۵۹	۵۹۰۵۴۹	۱ مقسوم جزء
خارج قسمت ۶۸۷	۵۱۵۴	
	۷۵۱۴	۲ مقسوم جزء
	۶۸۷۲	
	۶۴۲۹	۳ مقسوم جزء
	۶۰۱۳	
	۴۱۶ باقی مانده	

۵۹۰۵۴۹ = ۸۵۹ × ۶۸۷ + ۴۱۶

۴۸ — تنبیه — هر یک از باقی مانده‌ها که متوالیاً حاصل می‌شوند کوچکتر است از مقسوم علیه و هر یک از مقسوم‌ها جزء کوچکتر از ده برابر آن مقسوم علیه است پس هر مقسوم جزء یک نسبت بیش از مرتبه شامل مقسوم علیه باشد و گاهی اتفاق می‌افتد که یک مرتبه هم شامل نیست یعنی مقسوم جزء کوچکتر است از مقسوم علیه در این حالت صفر در خارج قسمت وضع می‌کنیم و رقم دیگر مقسوم را فرود می‌آوریم تا مقسوم جزء مناسب بدست آید

در این مسائل تقسیم ممکن است مقسوم علیه یک رقمی باشد یا چندین رقمی چنانچه در مثال فوق چندین رقمی بود و در مثال ذیل یک رقمی است

مثال

۵۴۸۱۰۲	۷
۴۹	۷۸۲۲۸
۵۸	
۵۶	
۲۵	
۱۴	
۶۲	
۵۶	
۶	

در صورت اول محض اختصار حواصل ضروب جزء را حذف میکنند یعنی ترتیب
هر رقمی از آنها را که بدست می‌آورند بلا فاصله از رقم مطلوب خود تفریق
مینمایند و صورت عمل چنین میشود

```
۵۹۰۵۴۹ | ۸۵۹
 ۷۵۱۴  | ۶۸۷
 ۶۴ ۲۹
  ۴۱۶
```

در صورت دوم حواصل ضروب جزء و باقی مانده‌ها متوالیا
حذف میکنند و مرقوم نمیدارند جزء باقی مانده اخیر را

```
۵۴۸۰۲ | ۷
      | ۷۸۲۸
    ۶
```

حالات مخصوصه

۴۹ — هرگاه مقسوم و مقسوم علیه منتهی به اصفار شده باشند
از یمین هر دو بیک عده صفر حذف مینمائیم و عمل تقسیم را در اعدادی
که باقی میمانند بجا می‌آوریم و خارج قسمتی که می‌یابیم بدون تغییر خارج قسمت
مطلوب است و بجهت تعیین باقی مانده واقعی در سمت یمین باقی آن تقسیم
بعده اصفار محذوف صفر اضافه مینمائیم

مثلاً بجهت تقسیم ۵۸۰۰۰ بر ۹۰۰۰ کافی است ۵۸ را بر ۹ تقسیم نمائیم

```
۵۸ | ۹
 ۴ | ۶
```

در اینصورت خارج قسمت مطلوب ۶ و باقی مانده
واقعی ۴۰۰۰ خواهد بود

بطور کلی وقتیکه مقسوم علیه منتهی به اصفار شده باشد آنها
را حذف میکنیم و همان عده از سمت یمین مقسوم را هم جدا نموده از آنها
قطع نظر می نمائیم و در روی عدد دیگر که باقی میماند عمل تقسیم را بجا می آوریم
خارج قسمت این عمل بدون تغییر خارج قسمت مطلوب است و بجهت تعیین
باقی مانده واقعی کافیست ارقامی را که جدا نموده بودیم در سمت
یمین باقی مانده آن تقسیم بنویسیم

مثلاً بجهت تقسیم ۵۸۴۲۱ بر ۹۰۰۰ کافی است

۵۸ را بر ۹ قسمت کنیم

۵۸	۹
۴	۶

در اینصورت خارج قسمت مطلوب ۶ و باقی مانده تقسیم ۴۴۲۱ خواهد بود

در امتحانات ضرب و تقسیم

۵۰ — ضرب را میتوان بوجوه ذیل امتحان نمود

امتحان اول — محل دو عامل را تغییر میدهیم یعنی مضروب فیه را
بجای مضروب و مضروب را بجای مضروب فیه نوشته عمل ضرب را مجدداً تکرار
مینمائیم و حاصل این عمل باید مطابق باشد با حاصل ضرب اول

مثال

```
  ۳۴۷          ۲۰۹۶
  ۲۰۹۶          ۳۴۷
 ------       ------
  ۲۰۸۲        ۱۴۶۷۲
 ۳۱۲۳         ۸۳۸۴
۶۹۴          ۶۲۸۸
 ------       ------
۷۲۷۳۱۲       ۷۲۷۳۱۲
```

امتحان تقویم —— حاصل ضرب را بر یکی از دو عامل قسمت میکنیم باید عامل دیگر بدست آید

مثال

```
۷۲۷۳۱۲ | ۳۴۷          ۷۲۷۳۱۲ | ۲۰۹۶
 ۳۳۳۱  | ۲۰۹۶           ۹۸۵۱ | ۳۴۷
  ۲۰۸۲                 ۱۴۶۷۲
     ۰                      ۰
```

۵۱ —— عمل تقسیم را میتوان بوجوه ذیل امتحان نمود

امتحان اول —— خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب میکنیم و حاصل ضرب را بر باقی مانده می افزائیم باید مقسوم حاصل گردد

مثال

```
۵۹۰۵۴۹ | ۸۵۹            ۸۵۹
 ۷۵۱۴  | ۶۸۷            ۶۸۷
  ۶۴۲۹                 ------
   ۴۱۶                  ۶۰۱۳
                       ۶۸۷۲
                      ۵۱۵۴
                     ------
                     ۵۹۰۱۳۳
                        ۴۱۶
                     ------
                     ۵۹۰۵۴۹
```

۱ـ امتحان بطریقه ـــ باقی مانده را از مقسوم تفریق میکنیم و تفاضل را بر خارج قسمت تقسیم مینمائیم باید مقسوم علیه حاصل گردد و باقی مانده تقسیم صفر شود

مثال ـــ

```
۵۹۰۵۴۹ | ۶۸۷
   ۴۱۶ |-----
------   ۸۵۹
۵۹۰۱۳۳
  ۴۰۵۳
  ۶۱۸۳
     ۰
```

متعلقات تقسیم

۵۲ ـــ هرگاه مقسوم و مقسوم علیه را در عددی ضرب کنیم و یا بر عددی قسمت نمائیم خارج قسمت تغییر نمیکند ولی باقی مانده ضرب یا تقسیم می‌شود بر آن عدد

مثال ۱ خارج قسمت تقسیم ۱۴ بر عدد ۳ و باقی مانده آن ۲ است

$$۱۴ = ۴ \times ۳ + ۲$$

حال اگر مقسوم ۱۴ و مقسوم علیه ۳ را در عددی مثل ۵ ضرب کنیم دو عدد ۷۵ و ۲۰ بدست می‌آید که خارج قسمت تقسیم عدد اول بر دوم ۳ و باقی مانده تقسیم ۱۰ است

$$۷۵ = ۲۰ \times ۳ + ۱۰$$

بالعکس اگر مقسوم و مقسوم علیه را بر عددی مثل ۲ تقسیم کنیم دو عدد ۷ و ۲ بدست آید
که خارج قسمت تقسیم عدد اول بر دوم همان ۳ و باقیمانده تقسیم واحد است

۷ = ۲ × ۳ + ۱

۵۳ — بجهت تقسیم حاصل ضرب چندین عامل بر یکی از عوامل خود کافی است همان عامل را حذف نمائیم
مثلا خارج قسمت تقسیم حاصل ضرب ۵ × ۴ × ۳ بر ۴
۵ × ۳
خواهد بود

۵۴ — بجهت تقسیم حاصل ضرب چندین عامل بر عدد مفروض کافیست یکی از عوامل آنحاصل ضرب را بر آنعدد تقسیم نمائیم مشروط براینکه آنعامل بر عدد مفروض قابل تقسیم باشد
مثلا بجهت تعیین خارج قسمت تقسیم ۷ × ۲۰ × ۳ بر ۴ کافی است عامل ۲۰ را بر ۴ قسمت نمائیم یعنی خارج قسمت مطلوب
۷ × ۵ × ۳
خواهد بود

۵۵ — بجهت تقسیم عددی بر حاصل ضرب چندین عامل کافی است آنعدد و خارج قسمتهای متوالیه آنرا بر عوامل آنحاصل ضرب قسمت نمائیم

مثال ۱ مجهز تقسیم عدد ۲۴ بر حاصل ضرب ۴ × ۳ × ۲ کافی است
اولاً آن را بر ۲ تقسیم کنیم و خارج قسمت ۱۲ را بر ۳ قسمت نموده خارج قسمت
ثانی ۴ را بر ۴ تقسیم نمائیم تا خارج قسمت مطلوب ۱ بدست آید

۵۵ — تنبیهی — در نمرۂ (۴۰) اشاره نمودیم که بجهت تعیین
رقم خارج قسمت قاعدۂ دیگر نیز موجود است

در حقیقت فرض میکنیم مقصود تقسیم ۵۹۰۵۴۹ باشد بر ۸۵۹
چون بر وفق حالت سیم تقسیم ۵۹ را بر ۸ قسمت کنیم خارج قسمت ۷ بدست آید
که بار قم اول خارج قسمت واضح است و یا مدی بزرگتر از اوست پس محض تحقیق
مقسوم را بر این خارج قسمت تقسیم می نمائیم و خارج قسمت جدید را در
فوق مقسوم علیه رقم بر قم مینویسیم و اینقدر پیش میرویم تا از ارقام این
خارج قسمت جدید بار قم نظیر خود در مقسوم علیه مقابله کرده

$$\begin{array}{r|l} ۵۹۰۵۴۹ & \frac{۸۴۳}{۷} \end{array}$$

در اینحالت اگر خارج قسمت ثانوی کوچکتر شد از مقسوم علیه رقمی کم وانمیم
بزرگ است پس یکواحد از آن میکاهیم و بعد ازآن امتحان میکنیم

$$\begin{array}{r|l} & ۹ \\ ۵۹۰۵۴۹ & \frac{۸۵۹}{۶} \end{array}$$

وچون این خارج قسمت ثانوی بزرگتر یا مطابق شد با مقسوم علیه رقمی که یافته‌ایم صحیح است

اغلب نوشتن خارج قسمت ثانوی لازم نیست و بسهولت میتوان ارقام آنرا با ارقام مقسوم علیه در ذهن مطابقه نمود

فصل پنجم
در قوای اعداد
حدود

۵۷ — **قوه دوم یا مجذور** یا **مربع** هر عدد حاصل ضرب دو عامل مساوی با آن عدد است

مثلا ۵×۵ یا ۲۵ قوه دوم عدد ۵ است

قوه سیم یا مکعب هر عدد حاصل ضرب سه عامل مساوی با آن عدد است **مثلا**

۵×۵×۵ یا ۱۲۵ قوه سیم عدد ۵ است

بطور کلی حاصل ضرب چندین عامل مساوی با عددی را قوه آن عدد گویند و عده دفعاتی را که آن عدد عامل

واقع شده درجه یا نماینده یا اکسپوننت نامند

بجهت نمودن یکی از قوای عدد مفروضی قاعده آنست که این عدد را

نوشته در فوق و مایل بسمت یمین درجه قوه را رقم دارند

مثلاً 5^2 و 5^3 مینماید قوه دویم و قوه سیم عدد ۵ را

و نیز 5^{13} مینماید قوه سیزدهم عدد ۵ را

بدین مناسبت عدد را قوه اول خویش گویند و اکثر از آن واحد آنرا نمی نویسند

۵۸ — **تنبیه** — باید دانست که آحاد

مختلفه ابتدا از واحد مرتبه دویم یعنی

۱۰۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰ و ۱۰ و غیره قوای متوالیه بنیاد ۱۰ را هستند

۵۹ — بواسطه چند قاعده ذیل بعضی اعمال متعلقه بقوای یک عدد

میتوان مختصر نمود باینکه بعضی اعمال در نماینده های آنها بجای آورد

۱° حاصل ضرب دو قوه هر عدد قوتیست از آن عدد که نماینده

آن مجموع نماینده های عوامل باشد

مثلاً حاصل ضرب 5^3 در 5^4 قوتی خواهد بود

از ۵ که نماینده آن ۴ + ۳ یعنی ۷ خواهد بود

$$5^3 \times 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

درصورتیکه بجای دو عامل چندین عامل موجود باشد قاعده همانست که بجهت دو عامل ذکر گردید مثلاً

$$5^{3} \times 5^{4} \times 5^{6} = 5^{13}$$

۲ — خارج قسمت دو قوه هر عدد قوتی است از آن عدد که درجه آن مساوی تفاضل درجات مقسوم و مقسوم علیه باشد مثلاً $5^{7} : 5^{4} = 5^{7-4} = 5^{3}$

حال اگر این قاعده را در دو قوه متساوی یک عدد جاری نمائیم

$$5^{7} : 5^{7} = 5^{7-7} = 5^{0}$$

و چون خارج قسمت تقسیم 5^{7} بر 5^{7} واحد است بنابراین واسطه هر عددی را اگر نمای آن صفر باشد معادل واحد فرض میکنیم

۳ — بجهت اینکه قوه عددی را بقوه چندی برسانیم کافی است نمای اول را در نمای ثانی ضرب نمائیم مثلاً فرض میکنیم بخواهیم 5^{3} را بقوه چهار برسانیم در اینصورت نمای ۳ را در ۴ ضرب نمائیم حاصل ۱۲ میشود و از اینقرار $(5^{3})^{4} = 5^{3 \times 4} = 5^{17}$

۴ — بجهت اینکه حاصل ضرب چند عدد را بقوه چندی برسانیم کافی است هر یک از عوامل آنرا بدین قوه برسانیم

مثلاً $(2 \times 5^{2} \times 4^{3})^{5} = 2^{5} \times 5^{10} \times 4^{15}$

مقالهٔ دوّم

در اصول خواص اعداد

فصل اوّل

در قابلیت تقسیم

حدود

۵۶ — هرگاه در تقسیم عددی بر عدد دیگر باقی مانده صفر باشد در این صورت گویند مقسوم قابل تقسیم است بر مقسوم علیه و مقسوم علیه عادّ مقسوم است مثلاً ۶ قابل تقسیم است بر ۲ و ۳ عادّ ۶ است

حاصل ضرب هر عددی را در عدد دیگر مولتیپل یا مضرب آن عدد خوانند و بالعکس عدد ثانی را مقسوم علیه یا تحت مضرب یا حصّهٔ صحیح یا عامل آن عدد گویند مثلاً ۶ مولتیپل ۳ است و ۳ حصّهٔ صحیح ۶

۱۶ — در عملیات حساب اغلب لازم میشود تعیین اینکه آیا عدد مفروضی قابل تقسیم است بر عدد دیگر یا خیر و اگر نیست باقی

تقسیم چه قدر است

اغلب اوقات اسهل وسایط بجهت حل این مسئله‌ها عمل تقسیم است

ولی در بعضی حالات مخصوص که در ذیل بیان میکنیم میتوان سهلتر

و سریعتر از عمل تقسیم باین نتایج رسید

در قابلیت تقسیم اعداد بر ۲ و ۵ بر ۴ و ۲۵

۴۲ — **حدود** — مابین ارقام ۰ و ۲ و ۴ و ۶

و ۸ را ارقام **زوج** و ۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ را ارقام

فرد نامند

عدد را زوج یا فرد گویند در صورتیکه رقم احاد آن زوج یا فرد باشد

مثلا عدد ۳۴۶ زوج و عدد ۵۹۳ فرد است

۴۳ — جمیع اعداد زوج قابل تقسیمند بر ۲ و باقی مانده

تقسیم تمام اعداد فرد به ۲ واحد است

مثلا ۷۵۹۶ قابل تقسیم است بر ۲ ولی ۳۰۱۷۵

قابل تقسیم نیست و باقی مانده تقسیم او بر ۲ واحد است

۴۴ — هر عددی که رقم آحاد آن ۰ باشد یا ۵ قابل تقسیم است بر ۵

باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۵ همان باقی مانده تقسیم رقم آحاد او است بر ۵

مثلاً ۵ ۴۶ ۷ و ۰ ۹۶ قابل تقسیمند بر ۵ ولی ۲ ۴۷ و ۹ ۹۶ قابل

تقسیم نیستند باقی مانده اولی ۲ و باقی مانده دومی ۴ است

۲۵ ــــــ چون عددی که صورت می بندد از دو رقم سمت یمین

هر عدد قابل تقسیم باشد بر ۴ یا بر ۲۵ عدد مفروض نیز قابل

تقسیم خواهد بود بر ۴ یا بر ۲۵

پس بجهت تعیین باقی مانده تقسیم عددی بر ۴ یا بر ۲۵ کافیست عدد

مرکّب از دو رقم سمت یمین آنرا بر ۴ یا بر ۲۵ قسمت نمائیم

پس اگر عددی منتهی به دو صفر یا بیش از آن شده باشد

محققاً بر ۴ و بر ۲۵ قابل تقسیم است

مثلاً ۴ ۲ ۹ و ۵ ۰ ۴ ۷۶ و ۷۳۰۰ قابل تقسیمند بر ۴ ولی

۵۹۲۶ و ۳ ۴ ۷۶ قابل تقسیم نیستند و باقی مانده های آنها ۲ و ۳ است

۵۹۲۵ و ۷۶۷۵ و ۷۳۵۰ و ۷۳۰۰ قابل تقسیم اند

بر ۲۵ ولی ۵۹۳۵ و ۷۵ ۴ ۷۶ قابل تقسیم نیستند و باقی

مانده های آنها ۱۰ و ۲۰ است

در قابلیت تقسیم اعداد بر ۹ و بر ۳

۲۶ — **حدود** — در هر عددی که نوشته شده باشد هر یک از ارقام با معنی صاحب دو مقدار است

مقدار مطلق و مقدار متعلق

مقدار مطلق هر رقم مقدار اوست بدون حفظ مرتبه و مقدار متعلق هر رقم مقدار اوست با حفظ مرتبه

مثلا در عدد ۹۷۰۵ مقدار مطلق رقم چهارم ۷ و مقدار متعلق آن ۷ عشرات الف است و نیز مقدار مطلق رقم دویم ۵ و مقدار متعلق آن ۵ عشرات است

۲۷ — هر عددی که مجموع مقادیر مطلقه ارقام آن قابل تقسیم بر ۹ یا بر ۳ باشد قابل تقسیم خواهد بود بر ۹ یا بر ۳

بنا بر این باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۹ یا بر ۳ همان باقی مانده تقسیم مجموع ارقام اوست بر ۹ یا بر ۳

مثلا ۷۱۰۳۷ و ۹۷۲۱۸ قابل تقسیم‌اند بر ۹ ولی ۷۱۴ قابل تقسیم نیست و باقی مانده‌اش ۳ است

۷۱۰۳۱ قابل تقسیم بر ۳ است ولی ۷۱۰۳۳ نیست و باقی مانده‌اش ۱ است

قابلیت تقسیم اعداد

۶۱ ـــ **تنبیه** ـــ هر عددی که قابل قسمت باشد بر ۹ بر ۳
نیز قابل تقسیم خواهد بود ولی عکس این فقره صحیح نیست و ممکن است
عددی بر ۳ قابل قسمت باشد و بر ۹ نباشد

در ۴ و ۲ و در ۲۵ و ۵ نیز همین حکم جاریست

در قابلیت تقسیم اعداد بر ۱۱

۶۹ ـــ باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۱۱ مشابهست با باقی مانده تقسیم فضل
مجموع ارقام مراتب فرد آن عدد بر مجموع ارقام مراتب زوج آن

مثلا باقی مانده تقسیم ۷۵۹۴۸ بر ۱۱ مشابهست با باقی مانده تقسیم
۴ ـــ ۲۴ یا ۲۵ بر ۱۱ یعنی مساویست بر ۹

مجموع ارقام مراتب فرد عدد مفروض ۷ + ۹ + ۴ یا ۲۴ است
و مجموع ارقام مراتب زوج ۵ + ۴ یا ۹

پس شرط اینکه عددی قابل تقسیم باشد بر ۱۱ اینست که تفاضل
مجموع ارقام مراتب فرد آن بر مجموع ارقام مراتب زوج یا صفر باشد
و یا قابل تقسیم بر ۱۱

مثلا عدد ۸۷۴۸۵۲ و عدد ۵۹۸۹۹۸۴ قابل

تنبیه ـــ در امتحان تفریق بواسطهٔ ۹ و ۱۱ اگر باقی ماندهٔ مفروق از باقی ماندهٔ مفروق عنه بزرگتر باشد در صورت آنکه ۹ یا ۱۱ بر باقی فوقانی می افزائیم تا تفریق ممکن گردد

در مثال فوق باقی ماندهٔ تقسیم مفروق بر اعداد ۳ بود و باقی ماندهٔ مفروق عنه ا بود و اسطه در ذهن بر آن ۱۱ واحد اضافه نمودیم و ۳ را از حاصل ۱۲ تفریق کردیم و باقی ۹ را در تحت خط مرقوم نمودیم

امتحان ضرب ـ امتحان ضرب نیز بهمین قسم است یعنی دو باقی ماندهٔ عوامل را در یکدیگر ضرب میکنیم و باقی ماندهٔ این حاصل ضرب با باقی ماندهٔ حاصل ضرب اصلی باید مطابق باشد

مثال

۳	۷۲۹	۰
۲	۶۸	۵
۶	۵۸۳۲	۵
	۴۳۷۴	
۶	۴۹۵۷۲	۰

امتحان تقسیم ـــ باقی ماندهٔ مقسوم علیه را در باقی ماندهٔ خارج قسمت ضرب میکنیم و باقی ماندهٔ باقی

تقسیم را بر آنجا حاصل اضافه مینمائیم و باقی مانده تقسیم این مجموع باید مطابق باقی مانده مقسوم باشد

مثال

۵	۱۴۵۰۷	۹۵۶۱۷۶	۶
۲	۱۴۶	۳۵۵۴۷	۳
۰		۴۵۱۹۴	۱۸
۵		۶۱۵۲	۳
۵			۲۱
			۱۵

۲۳ ـــــ در امتحان اعمال حساب ۹ و ۱۱ را بجهت این انتخاب نموده اند که در تعیین باقی مانده تمام ارقام اعداد بکار میرهند و حال آنکه در سایر مقسوم علیه ها از قبیل ۲ و ۴ و ۵ و ۸ و ۲۵ وغیره همان ارقام سمت یمین عدد مداخله پیدا می کنند

فصل دوم

در بزرگترین مقسوم علیه مشترک

حدود

۷۴ — چند بن عدد ممکن است قابل تقسیم بریک عدد باشند که در اینحالت مقسوم علیه مشترک آن اعداد است و ما بین تمام مقسوم علیه‌های مشترک چند بن عدد آنرا که از همه بزرگتر است بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن اعداد نامند مثلاً دو عدد ۷۲ و ۴۸ مقسوم علیه‌های مشترک ذیل را انبوه میکنند

۲ ۳ ۴ ۶ ۸ ۱۲ ۲۴

و عدد ۲۴ را که از همهٔ آنها بزرگتر است بزرگترین مقسوم علیه مشترک ۷۲ و ۴۸ گویند

در تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد

۷۵ — قاعده — بجهت تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد قاعده آنست که عدد بزرگتر را بر عدد کوچکتر تقسیم کرده اگر باقی صفر بدست آمد عدد کوچکتر خود بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوب است و اگر بر خلاف باقی ماندهٔ غیر از صفر بدست آمد عدد کوچکتر را براین باقیمانده قسمت مینمائیم و در این عمل باقی ماندهٔ دوم بدست میاید پس اگر باقی ماندهٔ دوم صفر باشد باقی

تقسیم تمام ... [illegible]

مانده اولا بزرگترین مقسوم علیه مشترک است والا باقی مانده
اول را بر باقی مانده ثانی قسمت میکنیم و بهمین طریق پیش میرویم تا بباقی
مانده صفر برسیم چه اینصورت باقی مانده قبل از صفر بزرگترین
مقسوم علیه مشترک مطلوبست

مثال — فرض میکنیم مقصود تعیین بزرگترین مقسوم علیه
مشترک دو عدد ۱۹۲ و ۸۵۲ باشد عمل را بصورت ذیل مجری میداریم

	۴	۲	۳	۲
۸۵۲	۱۹۲	۸۴	۲۴	۱۲
۸۴	۲۴	۱۲	۰	

عدد ۱۲ بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوبست

۷۶ — **تنبیه** — باید دانست که چون بر وفق قاعده
فوق عمل نمائیم ممکن نیست بباقی مانده صفر نرسیم چرا که سلسله باقی
مانده ها متوالی رو به تناقص است پس اولا بواسطه عمل او قسمت دو
بنا اگر عاد مشترک تمام اعداد است خواهیم رسید
و ثانیا که بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد واحد باشد و در حقیقت چنین

دو عدد بزرگترین مقسوم علیه مشترک ندارند آنها را نسبت بیکدیگر اول گوئیم

۷۷ ——— هرگاه دو عدد را در عدد ثالثی ضرب نمائیم و یا بر آن تقسیم کنیم بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها ضرب یا تقسیم میشود بر این عدد

مثلا بزرگترین مقسوم علیه مشترک ۱۹۲ و ۸۵۲ بنا بر عمل فوق ۱۲ بود حال اگر دو عدد مفروض را در عددی مثل ۵ ضرب نمائیم بزرگترین مقسوم علیه مشترک در حاصل ضرب ۵×۱۹۲ یا ۹۶۰ و ۵×۸۵۲ یا ۴۲۶۰ عدد ۵×۱۲ یا ۶۰ خواهد بود

۷۸ ——— ملاحظه خاصیت فوق گاهی اسباب تسهیل عمل بزرگترین مقسوم علیه مشترک میشود از اینقرار که چون بنظر در دو عدد مفروض عامل مشترکی دیده شود آنها را بر این عامل قسمت میکنیم و مابین دو خارج قسمت بزرگترین مقسوم علیه مشترک تعیین مینمائیم و آنرا در همان عامل مشترک ضرب میکنیم تا بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوب بدست آید مثلا اگر مقصود تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین دو عدد ۳۲۵ و ۶۷۵ باشد که هر دو عامل مشترک ۲۵ را قبول میکنند اول آنها را بر ۲۵ قسمت میکنیم و مابین دو خارج

بزرگترین مقسوم علیه مشترک

قسمت ۱۳ و ۲۷ بزرگترین مقسوم علیه مشترک تعیین میکنیم و آن
در مثال ما واحد است بنابراین بزرگترین مقسوم علیه مشترک
دو عدد مفروض ۷۱,۲۵ یا ۲۵ خواهد بود

بهمین واسطه اگر دو عدد مفروض منتهی با صفرها شده باشند
یک عده صفر از آنها حذف میکنیم و پس از عمل همان عده صفر
در یمین بزرگترین مقسوم علیه مشترک قرار میدهیم مثلا
بجهت تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین ۲۴۰۰ و
۴۲۵۰۰ اول مابین ۲۴ و ۴۲۵ عمل را جاری میکنیم

	۱۷	۲
۴۲۵	۲۴	۱۲
۱۸۵	۵	
۱۲		

و پس از آن در یمین ۱۲ دو صفر اضافه میکنیم تا ۱۲۰۰ که
بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوب بدست آید

در تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک چند عدد

۷۹ — قاعده — بجهت تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک

چنین عدد قاعده آنست که مابین دو عدد اول آنها بزرگترین مقسوم علیه مشترک تعیین نمائیم پس از آن مابین عدد سیم و این بزرگترین مقسوم علیه مشترک عمل کنیم و بهمین طریق مداومت نمائیم تا تمام اعداد استعمال شوند

مثلاً بجهة تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین چهار عدد

۸۵۲ ۱۹۲ ۹۲۴ ۲۷

اول مابین ۸۵۲ ۹۲ تعیین میکنیم و عدد ۱۲ بدست می آید پس از آن مابین ۹۲ ۱۲ بزرگترین مقسوم علیه مشترک تعیین مینمائیم

	۳	۲
۴۲	۱۱	۶
۶	۵	

بالآخره مابین ۲۷ و ۶ عمل را بجای آوردیم

	۴	۲	.
۲۷	۶	۳	
۳	۵		

و این بزرگترین مقسوم علیه مشترک اخیر یعنی عدد ۳ بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوبست

۸۰ — تنبیه — در وقت عمل محض اختصار بهتر آنست اعداد مفروضه را بترتیب مقدار آنها اخیار کنیم یعنی اول مابین دو عدد بزرکتر عمل را اجرا نمائیم و بهمین ترتیب پیش رویم در تعیین بزرکترین مقسوم علیه مشترک چندین عدد نیز میتوان اکر ممکن باشد اختصارات نمره ۷۸ را بجا آورد

۸۱ — هرکاه دو یا چند عدد را بر بزرکترین مقسوم علیه مشترک آنها قسمت نمائیم خارج قسمتها نسبت به یکدیکر اول خواهند بود

فصل سیم

در کوچکترین مضرب مشترک

حدود

۸۲ — ممکن است یک عدد بر چندین عدد دیکر قابل تقسیم باشد که در اینحالت مضرب مشترک آنها است و مابین تمام مضربهای مشترک چند عدد آنرا که از همه کوچکتر است کوچکترین مضرب مشترک آن اعداد کویند

در تعیین کوچکترین مضرب مشترک دو عدد

۸۳ — **قاعده** — کوچکترین مضرب مشترک دو عدد بدست می‌آید در صورتیکه حاصل ضرب آن دو عدد را بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها تقسیم نمائیم

مثلاً کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۸۵۲ و ۱۹۲ خارج قسمت تقسیم ۸۵۲×۱۹۲ خواهد بود بر ۱۲ که بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها است ولی در عملیات اسهل آنست که یکی از اعداد مفروضه را بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها قسمت کنیم و خارج قسمت را در عدد دیگر ضرب نمائیم تا کوچکترین مضرب مشترک بدست آید **مثلاً** در مثال فوق ۱۹۲ را بر ۱۲ تقسیم میکنیم و خارج قسمت ۱۶ را در عدد دیگر ۸۵۲ ضرب مینمائیم

$$۸۵۲ \times ۱۶ = ۱۳۶۳۲$$

و حاصل ضرب ۱۳۶۳۲ کوچکترین مضرب مشترک مطلوبست

۸۴ — بنابراین مقدمه برای تعیین مضربهای مشترک دو عدد کافی است کوچکترین مضرب مشترک آنها را در سلسلهٔ طبیعی اعداد ضرب کنیم.

کوچکترین مضرب مشترك

۸۵ — وقتیکه دو عدد مفروض نسبت بیکدیگر اول باشند آن دو عدد را متباین گویند و در اینحالت کوچکترین مضرب مشترك حاصل ضرب آنها است

مثلاً کوچکترین مضرب مشترك دو عدد ۸ و ۱۵ حاصل ضرب ۸×۱۵ یا ۱۲۰ است

۸۶ — وقتیکه عدد کوچکتر خود بزرگترین مقسوم علیه مشترك باشد دو عدد را متداخل گویند و در اینحالت کوچکترین مضرب مشترك آنها همان عدد بزرگتر است

مثلاً دو عدد ۳۶ و ۱۲ متداخلند و همان ۳۶ کوچکترین مضرب مشترك آنها است

۸۷ — در اینموقع لازم است دو اصطلاح دیگر که در اعمال متعلقه بکسور مستعمل اند ذکر نمائیم

هر دو عدد که متساوی باشند آنها را نسبت بیکدیگر متماثل گویند بزرگترین مقسوم علیه مشترك و کوچکترین مضرب مشترك چنین دو عدد یکی از آنها است

۸ — در حالت ثانی یعنی آنوقتی که دو عدد مفرد بزرگتر از یک مقسوم علیه مشترک داشته باشند غیر از عدد کوچکتر و واحد دو عدد بصورت آنها را متوافق نامند و کلمه بزرگترین مقسوم علیه مشترک چنین دو عدد را وفق آنها گویند مثلاً دو عدد ۱۸ و ۱۲ متوافقند و وفق آنها ۶ است

در تعیین کوچکترین مضرب مشترک چند عدد

۹ — قاعده — اول مابین دو عدد کوچکترین مضرب مشترک تعیین میکنند پس از آن مابین حاصل آن با عدد سیم و بهمین طریق عمل مینمایند تا تمام اعداد را

مثلاً بجهت تعیین کوچکترین مضرب مشترک چهار عدد

۸۵۲ ۱۹۲ ۴۲ ۲۷

اول مابین ۸۵۲ و ۱۹۲ تعیین میکنیم

۸۵۲ × ۱۹۲ : ۱۲ = ۱۳۶۳۲

پس از آن مابین ۱۳۶۳۲ و ۴۲ کوچکترین مضرب مشترک تعیین مینمائیم

۱۳۶۳۲ × ۴۲ : ۶ = ۹۵۴۲۴

بالاخره مابین ۹۵۴۲۴ و ۲۷ عمل را بجای آورید

$$۹۵۴۲۴ \times ۲۷ : ۳ = ۸۵۸۸۱۶$$

و عدد ۸۵۸۸۱۶ کوچکترین مضرب مشترک مطلوبست

۹۵ — اگر مابین اعداد مفروضه بعضی عاد دیگری باشند آنها را حذف میکنیم و در باقی عمل را جاری مینمائیم مثلاً بجهة تعیین کوچکترین مضرب مشترک اعداد

۸ ۹ ۲۱ ۲۷ ۴۲

اول ۲۱ و ۹ را که عاد دو عدد ۴۲ و ۲۷ هستند حذف میکنیم و پس از آن کوچکترین مضرب مشترک مابین اعداد

۸ ۲۷ ۴۲

تعیین مینمائیم

فصل چهارم

در اعداد فرد اول

حدود

۹۱ — عدد اول یا فرد اول گویند در صورتیکه هیچ عددی قابل قسمت نباشد جز بعضی خود و بواحد مثل ۱۱ و ۲ و ۵ و ۷ و غیره واضحست که هر عدد

اولی یا سایر اعداد غیر از مضربهای خود منبایز است

۹۲ —— سلسلهٔ اعداد اول نیز چون سلسلهٔ طبیعی اعداد نامتناهی است

ترکیب جدول اعداد اوّل

۹۳ —— اسهل قواعد بجهة تعیین اعداد اوّل از یك تا حد معیّن قاعده ایست معروف به غربال اِراتستِنِس و آن اینست اوّلا سلسلهٔ اعداد الطبیعی را از واحد الی حدّ معیّن مفروض می‌نویسیم

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲

۱۳ ۱۴ ۱۵ . . . .

و پس از آن بر وفق دستور العمل ذیل تمام اعداد غیر اوّل آن را محو می‌نمائیم در دو عدد اول ۱ و ۲ تعریفی که بجهة عدد اوّل نمودیم صادق است و بنا بر این نباید آنها را محو نمود

حال چون از عدد بعد از دو شروع کنیم و تمام اعداد سلسلهٔ فوق را دو بدو محو نمائیم تمام مولیپل‌های ۲ محو میشوند

اوّلین عددی که بعد از ۲ در این عمل محو نشده یعنی ۳ عدد اوّل است

پس از عدد ۲ بعد از ۳ شروع میکنیم و تمام اعداد سلسلهٔ فوق
را ۳ به ۳ محو مینمائیم تا تمام مولتیپل‌های ۳ محو شوند و در آن نحو اولین
عددی که بعد از ۳ در این عمل محو نشده یعنی ۵ عدد اول است پس از عدد
بعد از ۵ شروع میکنیم و تمام اعداد سلسلهٔ فوق را ۵ به ۵ محو مینمائیم
تا تمام مولتیپل‌های ۵ محو شوند و در آن حالت اولین عددی که بعد از
۵ در این عمل محو نشده یعنی ۷ عدد اول است

حال عدد ۷ را گرفته مانند سابق در سلسلهٔ عمل فوق ۷ به ۷ و پس از آن ۱۱ را
و ۱۳ را ۱۳ به ۱۳ و غیره اعداد سلسلهٔ فوق را محو میکنیم و بهمین طریق
مداومت مینمائیم تا اگر بخواهیم آخرین عدد اولی که مولتیپل‌های آن
محو نشده اند از حد معینی تجاوز ننماید در اینصورت عمل ختم است و هر چه
عدد در جدول محو نشده باشد اول خواهد بود مثلاً اگر حد
جدول ۱۰۰ باشد در عدد ۱۱ توقف میکنیم چرا که

$$۱۱ \times ۱۱ = ۱۲۱$$

و اگر حد جدول ۱۰۰۰ باشد در عدد ۳۷ توقف میکنیم چرا که

$$۳۷ \times ۳۷ = ۱۳۶۹$$

در جدول ذیل اعداد اول از واحد الی ۵۶۹ را ثبت نمودیم
و متعلمین باید اعداد اول از واحد الی ۱۰۰ را بذهن بسپارند

۱	۳۱	۷۹	۱۳۹	۱۹۹	۲۷۱	۳۴۷	۴۱۹	۴۸۷
۲	۳۷	۸۳	۱۴۹	۲۱۱	۲۷۷	۳۴۹	۴۲۱	۴۹۱
۳	۴۱	۸۹	۱۵۱	۲۲۳	۲۸۱	۳۵۳	۴۳۱	۴۹۹
۵	۴۳	۹۷	۱۵۷	۲۲۷	۲۸۳	۳۵۹	۴۳۳	۵۰۳
۷	۴۷	۱۰۱	۱۶۳	۲۲۹	[illegible]	۳۶۷	۴۳۹	۵۰۹
۱۱	۵۳	۱۰۳	۱۶۷	۲۳۳	۲۹۳	۳۷۳	۴۴۳	۵۲۱
۱۳	۵۹	۱۰۷	۱۷۳	۲۳۹	[illegible]	۳۷۹	۴۴۹	۵۲۳
		۱۰۹	۱۷۹	۲۴۱	[illegible]	۳۸۳	۴۵۷	۵۴۱
۱۷	۶۱	۱۱۳	۱۸۱	۲۵۱	[illegible]	[illegible]	۴۶۱	۵۴۷
۱۹	۶۷	۱۲۷	۱۹۱	۲۵۷	[illegible]	۳۹۷	۴۶۳	[illegible]
۲۳	۷۱	۱۳۱	۱۹۳	۲۶۳	۳۳۱	۴۰۱	۴۶۷	۵۶۳
۲۹	۷۳	۱۳۷	[illegible]	۲۶۹	[illegible]	۴۰۹	۴۷۹	۵۶۹

۹۴ — هر عددی که قابل تقسیم باشد بر چند عدد دیگر که دو بدو نسبت بهم مباین باشند قابل تقسیم خواهد بود بر حاصل ضرب آنها

مثلاً عدد ۸۱۰۷۵ قابل تقسیم بر ۵ و بر ۹ است که نسبت بهم متباین اند پس بر حاصل ضرب ۵ × ۹ یعنی ۴۵ نیز قابل تقسیم خواهد بود

۸۱۶۰۷۵ = ۴۵ × ۱۸۳۵

اعداد اول

۹۵ — از روی خاصیت فوق میتوان بعضی [illegible] شروط قابلیت تقسیم را معین نمود مثلاً ۲ و ۳ نسبت بیکدیگر اول اند و حاصل ضرب آنها شش است پس میتوان گفت که عددی قابل تقسیم است بر ۶ در صورتیکه بر ۲ و ۳ قابل تقسیم باشد و یا بعبارت دیگر هر عدد زوجی که مجموع ارقام آن قابل تقسیم باشد بر ۳ قابل تقسیم است بر ۶

مثلاً عدد زوج ۱۳۱۹۵۶۲ که مجموع ارقام آن قابل تقسیم است بر ۳ قابل تقسیم خواهد بود بر ۶

۱۳۱۹۵۶۲ = ۶ × ۲۱۹۹۲۷

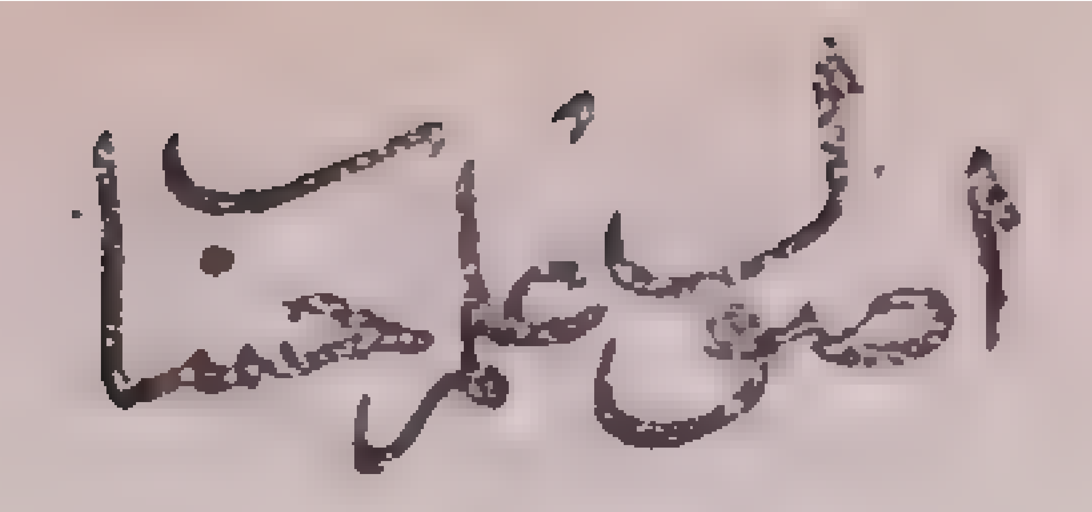
و بهمین طریق ۱۸ و ۱۵ و ۴۵ و ۲۴ و غیره

۹۶ — **تبصره ۱** — در تعیین اعداد اول

اول از واحد الی حد معینی میتوانیم عمل را قدری مختصر نمائیم برای اینکه اولاً در نوشتن سلسله طبیعی اعداد از

[illegible] آنها [illegible]

[illegible]



طبیعی اعداد فرد را بدین طریق

۱ ۲ ۳ ۵ ۷ ۹ ۱۱ ۱۱ ۱۵ ۱۷

۱۹ ۲۱ . ۲۳ ۲۵ ۲۷ ۲۹...

ثانیاً بجهة محو کردن مولتیپل های عدد اوّلی چون ۷ لازم نیست بلافاصله از عدد بعد از ۷ شروع بشماره نمائیم بلکه کافی است بجزو ۷ را که ۴۹ است در جدول تجسس کنیم و آنرا محو نموده از عدد بعد از او شروع بشماره نمائیم

۹۷ — **تنبیه ۲** — بجهة فهمیدن اینکه عدد مفروضی اوّل است یا غیر اوّل باید آن را بر اعداد اوّل ۲ و ۳ و ۵ و غیره تقسیم نمود و این عمل را مداومت کرد تا خارج قسمت تقسیم مساوی یا کوچکتر گردد از مقسوم علیه اوّلی که انتخاب نموده ایم و اگر در هیچ یک از این تقسیمات به باقیمانده صفر نرسیدیم عدد مفروض اوّل است.

مثلاً اگر عدد ۱۳۷۳ مفروض باشد آنرا بر ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و غیره تقسیم میکنیم و در هر یک از این تقسیمات هر چه مقسوم علیه اوّل بزرگتر میشود خارج قسمت کوچکتر میگردد و چون ۱۳۷۳ را تقسیم بر عدد اوّل

نمائیم به مقسوم علیه اول ۳۷ می‌رسیم و خارج قسمت مساوی مقسوم علیه گردد و عدد باقی فقط ۴ میماند

۱۳۷۳ = ۳۷ × ۳۷ + ۴

در اینصورت چون در تمام تقسیمها باقی ماند موجود بود عدد ۱۳۷۳ اول است

فصل پنجم

در فائده و محل استعمال اعداد اول

فقرهٔ اول

در تجزیه اعداد به عاملهای اول

۹۸ — هر عدد غیر اولی حاصل ضرب چند عدد اول است و از اینرو تجزیه نمودن هر عدد به عاملهای اول خود عبارت از تعیین کردن عوامل اولی است که حاصل ضرب آنها مساوی عدد مفروض باشد

مثال تجزیه نمودن عدد ۳۶ به عاملهای اول خود عبارت از اینست که معین کنیم عوامل اول ۲ و ۲ و ۳ و ۳ را که چون در یکدیگر ضرب شوند حاصل مساوی ۳۶ گردد

۳۶ = ۲ × ۲ × ۳ × ۳

اغلب چون عامل اولی چندین مرتبه مکرر گردید آنرا بصورت توان

در می آورند و چنین مینویسند

$$۳۶ = ۲^{۲} \times ۳^{۲}$$

۶۹ — **قاعده** — بجهت تجزیهٔ عدد بعاملها اول قاعده آنست که بتوالی سلسلهٔ اعداد اول را امتحان کنیم و هر کدام عاد عدد مفروض هستند آنرا مقسوم علیه قرار دهیم و عدد مفروض را بر او تقسیم نمائیم و پس از آن در خارج قسمتها امتحانات را مکرر کنیم

مثلا اگر مقصود تجزیهٔ عدد ۱۶۷۷۶ باشد می بینیم که عدد اول ۲ عاد صحیح اوست و خارج قسمت تقسیم ۸۳۸۸ خواهد بود

$$۱۶۷۷۶ = ۲ \times ۸۳۸۸$$

حال در عدد ۸۳۸۸ فکر میکنیم و چون بر ۲ قابل تقسیم و خارج قسمت آن ۴۱۹۴ است معلوم میشود

$$۱۶۷۷۶ = ۲ \times ۲ \times ۴۱۹۴$$

خارج قسمت ثانی ۴۱۹۴ نیز بر ۲ قسمت میشود بنابراین

$$۱۶۷۷۶ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲۰۹۷$$

حال چون خارج قسمت ۲۰۹۷ بر ۲ قابل قسمت نیست اورا

بر ۳ امتحان میکنیم و قابل تقسیم می یابیم پس

۱۶۷۷۶ = ۲×۲×۲×۳×۶۹۹

عدد ۶۹۹ نیز بر ۳ قابل تقسیم است و حاصل میشود

۱۶۷۷۶ = ۲×۲×۲×۳×۳×۲۳۳

عمل تجزیه باتمام رسید چراکه عدد ۲۳۳ خود اول است و چون عوامل مکرره را بصورت قوه در آوریم چنین میشود

$۱۶۷۷۶ = ۲^{۳} × ۳^{۲} × ۲۳۳$

۱۰۰ــ اغلب صورت عمل را بطریقهٔ ذیل مرقوم میدارند

۱۶۷۷۶	۲
۸۳۸۸	۲
۴۱۹۴	۲
۲۰۹۷	۳
۶۹۹	۳
۲۳۳	۲۳۳
۱	

۱۵۱ــ **تنبیه** ــ هر گاه عددی که مفروض و تجزیهٔ او است حاصل ضرب دو عدد دیگری باشد که بنظر بتوان آنها را جدا نمود عمل مختصر میشود باینکه آن دو عدد را جدا جدا تجزیه کنیم **مثلا** عدد ۲۵۲۰۰ مرکب است از دو عامل ۲۵۲ و ۱۰۰ پس این دو عدد را تجزیه مینمائیم و حاصل میشود

$$۱۰۰ = ۲^{۲} \times ۵^{۲}$$

و

$$۲۵۲ = ۲^{۲} \times ۳^{۲} \times ۷$$

پس

$$۲۵۲۰۰ = ۲^{۴} \times ۳^{۲} \times ۵^{۲} \times ۷$$

فصل دوم

در مقسوم علیه های اعداد

۱۵۲ ــ بجهت تعیین مقسوم علیه‌های هر عدد قاعده آنست که اولا عدد مفروض را بعاملها اول خود تجزیه نمائیم و پس از آن در سطر اول عاملها اول عامل دوم را اختیار نموده در عامل اول ضرب کنیم و مقابل آن بنویسیم و چون عامل تغییر کرد از آنرا در تمام سطور فوق ضرب نمائیم تجزیه‌های بی‌نهایت عدد

فرض میکنیم مقصود تعیین مقسوم علیهای عدد ۱۶۷۷۶ باشد پس اول از همه تجزیه میکنیم و صورت عمل چنین میشود

۱۶۷۷۶	۲	
۸۳۸۸	۲	۴
۴۱۹۴	۲	۸
۲۰۹۷	۳	۶ ۱۲ ۲۴
۶۹۹	۳	۹ ۱۸ ۳۶ ۷۲
۲۳۳	۲۳۳	۴۶۶ ۹۳۲ ۱۸۶۴
۱		۲۰۹۷ ۴۱۹۴ ۸۳۸۸۴
		۶۹۹ ۱۳۹۸ ۲۷۹۶۵۵۹۲۴
		۴۱۶۷۷۶

دومین عامل اول ۲ را در عامل فوق خود ضرب نمودیم و حاصل ضرب ۴ را در مقابل آن مرقوم داشتیم و پس از آن عامل سیم ۲ را در مقسوم علیه ۴ ضرب نموده حاصل ضرب ۸ را در مقابل آن ثبت کردیم و چون عامل ۲ تغییر کرد عامل ۳ را از ابتدا در تمام مقسوم علیهای فوقانی ضرب نمودیم و عامل بعد را که نیز ۳ است در سطر فوق خود ضرب کردیم و پس از آن عامل بعد چون تغییر کرد از آنجهت ۲۳۳ را در تمام مقسوم علیهای فوق خود از اول ضرب میکنیم و آخرین مقسوم علیها بایستی همان عدد مفروض باشد

۱۵۳ — هرگاه مقصود تعیین مقسوم علیهای مشترک ۲ یا چند عدد مفروض

اصول علم حساب

باشند اولاً آنها را تجزیه میکنیم و مابین عوامل اول آن اعداد
آنهائیرا انتخاب میکنیم که در همه مشترک باشند و از آنها سوری ترتیب میدهیم
و بر وفق قاعدهٔ فوق عمل تعیین مقسوم علیهها را در عوامل مشترک آن بجای آوریم

مثلاً فرض میکنیم که مقصود تعیین مقسوم علیههای مشترک سه
عدد ۳۶۰ و ۴۲۰ و ۱۲۰۰ باشد

در این حالت سه عدد مفروض را تجزیه میکنیم و صورت عمل چنین است

۱۲۰۰	۲
۶۰۰	۲
۳۰۰	۲
۱۵۰	۲
۷۵	۳
۲۵	۵
۵	۵
۱	

۴۲۰	۲
۲۱۰	۲
۱۰۵	۳
۳۵	۵
۷	۷
۱	

۳۶۰	۲
۱۸۰	۲
۹۰	۲
۴۵	۳
۱۵	۳
۵	۵
۱	

پس عوامل مشترک را اختیار نموده ستونی از آنها ترتیب میدهیم
و بقیهٔ عمل را بوجه مذکور فوق بجا می آوریم

۲					
	۴				
۲	۶	۱۱۰			
۳					
۵	۱۵	۲۰	۱۵	۳۰	۶۰

با آخرین مقسوم علیه مشترک دو عدد بزرگترین مقسوم علیه
مشترک همه عددهای مفروض است

۱۰۴ — به اعانت تجزیه میتوان بسهولت بزرگترین
مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک مابین
دو یا چند عدد تعیین نمود از اینقرار

قاعده — برای تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک
مابین چندین عدد که بعوامل اول خود تجزیه شده باشند
قاعده آنست که مابین عوامل مشترک آن اعداد آنهائیرا
اختیار کنیم که صاحب کوچکترین نمایه باشند حاصل ضرب
آن عوامل بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوب است

مثلاً در مثال فوق سه عدد مفروض را تجزیه نموده حاصل شد

$$۳۶۰ = ۲^{۳} \times ۳^{۲} \times ۵$$

$$۴۲۰ = ۲^{۲} \times ۳ \times ۵ \times ۷$$

$$۱۲۰۰ = ۲^{۴} \times ۳ \times ۵^{۲}$$

عامل ۲ و ۳ و ۵ را اختیار میکنیم و حاصل ضرب $۵ \times ۳ \times ۲^{۲}$

یا ۵ء بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوبست

قاعدہ — بجهة تعیین کوچکترین مضرب مشترک مابین چندین عدد که بعوامل اول خود تجزیه شده باشند قاعده آنست که مابین عوامل مشترکه وغیر مشترکه آن اعداد آنهائیرا اختیار کنیم که صاحب بزرگترین نمایندہ باشند و حاصل ضرب آن عوامل کوچکترین مضرب مشترک مطلوبست

مثلاً در مثال فوق عوامل ۲^۴ و ۳^۲ و ۵^۲ و ۷ را اختیار میکنیم و حاصل ضرب

۲^۴ × ۳^۲ × ۵^۲ × ۷ یا ۲۵۲۰۰ کوچکترین مضرب مشترک مطلوبست.

مقالهٔ سیم

در کسور و اعمال او مشتمل بر ...

فصل اول

در کسور متشابهه

مقدمات اصطلاحیه

۱۵۸ — هر شیئی که قابل انقسام باشد [illegible]

در نسبت مشهوره [illegible] که بجهت اندازه گرفتن [illegible] جنس خود

اختیار کنند واحد گویند

چون کمیتی دو یا سه یا چند مرتبه در کمیت دیگر [illegible] از

جنس خود باشد بدان جهت که کمیت اول را [illegible] کمیت ثانی

کمیت ثانی را مخرج کمیت اول خوانند

اندازه گرفتن هر کمیت عبارت از اینست که تعیین کنیم عدد [illegible]

کمیت [illegible] مخرج واحد [illegible]

مکرر [illegible] اگر کمیت اندازه گرفته

[illegible] واحد [illegible] مخرج واحد باشد

اولاً کمیت مفروضه را مولتیپل واحد فرض میکنیم مثلاً اگر مقصود اندازه کردن طول معینی باشد و واحد اختیاری چهار منطبق کردد در آنصورت اندازهٔ کمیت مفروضه ۴ خواهد بود

ثانیاً کمیت مفروضه را مولتیپل حصهٔ صحیح واحد فرض کنیم مثلاً اگر مقصود اندازه کردن طول معینی باشد و واحد اختیار را به ۷ جزء قسمت نموده باشیم و کمیت مفروضه شامل پنج جزء از آن اجزا باشد در این حالت اندازه کمیت مفروضه کسر از واحد معادل پنج هفتم

در هر حالت نتیجهٔ مقایسه هر کمیت را عدد نامند

چون کمیتی مولتیپل واحد باشد عددی که اندازهٔ اوست صحیح نامند بجا عاددا این نوع اعداد گفتگو میکردیم

چون کمیتی مولتیپل حصهٔ صحیح واحد باشد عددی که اندازه اوست کسر گویند

هر کمیتی که اندازه کرده شد بعد تحویل گردید مقدار نامند و علمی که در آن بحث مشغول از خواص مقادیر باشد ریاضی خوانند و اول شعبهٔ آن علم حساب است

در کسور بطور عموم

۱۵۶ — بنابر آنچه مقدم شد چون واحد را باجزاء متساوی تقسیم کنیم و چند جزء آنرا اختیار نمائیم کسر حاصل میشود

عدهٔ اجزاء متساویهٔ واحد را **مخرج** وعدهٔ اجزائیرا که اختیار نموده ایم **صورت** کسر نامند و صورت و مخرج را من حیث المجموع **دو جملهٔ** کسر خوانند

بجهة نوشتن هر کسر متعارفی قاعده آنست که مخرج را در تحت صورت نوشته بواسطهٔ خطی افقی آنها را از یکدیگر جدا نمائیم **مثلا** $\frac{5}{7}$ عبارتست از کسری که صورت آن ۵ و مخرج آن ۷ است

بجهة خواندن هر کسر قاعده آنست که اول صورت را تلفظ و بعد مخرج را مشروط بر اینکه لفظ اُم یا یك را بر مخرج اضافه نمایند مثلا کسر $\frac{5}{7}$ تلفظ میشود پنج هفتم یا پنج هفت یك

۱۵۷ — کسوریکه مخرج آنها از ۱۰ تجاوز نکرده باسم مخصوص دارند که ذیلا مرقوم نموده ایم:

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
عشر	تسع	ثمن	سبع	سدس	خمس	ربع	ثلث	نصف

مثلاً اگر کسور $\frac{۳}{۷}$ و $\frac{۵}{۹}$ و $\frac{۲}{۱۰}$ را باید ۳ سبع و ۵ تسع و ۲ عشر تلفظ نمود

۱۵۸ — واضح است که کسری کوچکتر یا مساوی یا بزرگتر از واحد است موافق آنکه صورت آن کوچکتر یا مساوی یا بزرگتر از واحد باشد مثلاً کسر $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۵}{۵}$ و $\frac{۶}{۵}$ بترتیب کوچکتر و مساوی و بزرگتر از واحد میباشند

۱۵۹ — **رفع و تجنیس** — هرگاه کسری بزرگتر از واحد باشد میتوان جزو صحیح آنرا از کسر خارج نمود چنین عملی را **رفع** نامند

قاعده — بجهة خارج کردن عدد صحیح از کسری که از واحد بزرگتر است صورت را بر مخرج تقسیم نمایند خارج قسمت این تقسیم جزء صحیح کسر مفروض است و بر آن کسری اضافه نمایند که صورت آن باقی مانده تقسیم و مخرج آن همان مخرج کسر مفروض باشد

مثلاً کسر $\frac{۳۳}{۷}$ بزرگتر از واحد است و چون صورت را بر مخرج تقسیم کنیم خارج قسمت ۴ و باقی مانده ۵ میشود بنا بر این کسر $\frac{۳۳}{۷}$ معادل است با ۴ عدد صحیح و $\frac{۵}{۷}$

$$\frac{۳۳}{۷} = ۴ + \frac{۵}{۷}$$

بالعکس چون عدد صحیحی با کسر همراه باشد میتوان آنرا از جنس

کسر بطور عموم

کسری [illegible] چنین [illegible] را مجانس گویند

قاعده — [illegible] عدد آنرا که [illegible] در مخرج ضرب نموده با صورت جمع کنند و حاصل را صورت قرار داده مخرج کسر مفروض را مخرج آن نویسند

مثلاً $4+\frac{5}{7}$ را بخواهیم بصورت کسری در آوریم [illegible] ۴ را در ۷ ضرب نموده حاصل ۲۸ را با ۵ اضافه نمائیم این مجموع را که ۳۳ است صورت قرار داده مخرج ۷ را در مخرج نویسند

$$4+\frac{5}{7} = \frac{33}{7}$$

۲ — تنبیه — ممکن است اتفاق افتد که مقصود [illegible] صحیح یکه باشد یعنی مثلاً خواهند ۴ واحد را از جنس سبع [illegible] بنمایند در این حالت عدد مفروض را در مخرج ضرب نموده صورت قرار [illegible] مخرج [illegible] را در مخرج نویسند مثلاً در مثال فوق [illegible] ۴ واحد [illegible] شود با $\frac{28}{7}$

$$\frac{28}{7} = 4$$

۳ — هرگاه صورت کسری را چند مرتبه بزرگ یا کوچک [illegible] کنیم مقدار کسر به آن عده بزرگ یا کوچک میشود

مثلا اکر صورت کسر $\frac{٥}{٧}$ را سه مرتبه بزوك كنيم كسر $\frac{١٥}{٧}$
حاصل میشودکه مقدار آن ۳ برابر کسر اول است

هرگاه مخرج کسر را چند مرتبه بزوك يا كوچك نمائيم مقدار
آن بهمان عده كوچك يا بزرك ميشود

مثلا اکر مخرج کسر $\frac{٥}{٧}$ را ۳ مرتبه بزوك كنيم كسر $\frac{٥}{٢١}$
حاصل میشودکه مقدارش ۳ مرتبه از کسر اول کوچکتر است

بالآخره مقدار کسر تغییر نمی بیرد اکر صورت و مخرج آنرا
بيك عده بزرك يا كوچك نمائيم

مثلا اکر صورت و مخرج کسر $\frac{٥}{٧}$ را ۳ مرتبه بزرك كنيم
کسر $\frac{١٥}{٢١}$ حاصل میشود که معادل کسر اولست

در تحویل کسور به بسیط ترین صورت خود

۱۱۲ — کسر را غیر ممکن التحویل گویند در
صورتیکه صورت و مخرج آن نسبت بیکدیکر اول باشند

تحویل نمودن هر کسر به بسیط ترین صورت خود عبارت از تعیین کسر غیر
ممکن التحویلی است که مساوی باشد با کسر مفروض

کسور متواتر عمومی

۱۱۳ — **قاعده** — بجهة تحویل کسر بسیط بکسر متواتر عمومی خود قاعده آنست که مابین دو جمله کسر بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین ده ثمو صور و مخرج را بران قسمت نمائیم و دو خارج قسمت را صورت و مخرج قرار دهیم

مثال اگر کسر $\frac{۲۵۲}{۳۹۶}$ مفروض باشد بزرگترین مقسوم علیه مشترک ما بین ۲۵۲ و ۳۹۶ تعیین میکنیم و آن ۳۶ است پس هر یک از دو جمله کسر مفروض را بر ۳۶ قسمت نموده دو خارج قسمت ۷ و ۱۱ را صورت و مخرج قرار میدهیم تا کسر غیر ممکن التحویل $\frac{۷}{۱۱}$ که معادل کسر مفروض است بدست آید

۱۱۴ — **ایضاً** در عملیات میتوان اکسر را به بسیطترین صورت خود تحویل کرد باینکه عوامل مشترکه صورت و مخرج را که بنظر واضحند بتوالی حذف نمود و هر وقت دو جمله کسر نسبت بیکدیگر اول شدند عمل تمام است

مثال در کسر $\frac{۲۵۲}{۳۹۶}$ اولاً از صورت و مخرج عامل مشترک ۲ را حذف میکنیم و کسر $\frac{۱۲۶}{۱۹۸}$ حاصل میشود حال چون دو جمله کسر اخیر نیز قابل تقسیمند بر ۲ مجدداً عامل ۲ را حذف میکنیم و کسر $\frac{۶۳}{۹۹}$ بدست آید بالآخره چون دو جمله این کسر قابل تقسیمند بر ۹ عامل ۹ را حذف میکنیم و کسر $\frac{۷}{۱۱}$ بدست آید و چون ۷ و ۱۱ نسبت بیکدیگر اولند کسر $\frac{۷}{۱۱}$ غیر ممکن التحویل است

اصول علم حساب

۱۱۵ — هرگاه صورت کسر مولتیپل مخرج باشد پس از تبدیل بکسر غیر مکرر (الیتویل)
حاصل مخرج یک خواهد بود و در اینجا الف نوشتن فقط عدد صحیح باید است
مثلاً کسر $\frac{۸}{۲}$ تحویل میشود به $\frac{۴}{۱}$ یا ۴ پس میتوان هر عدد صحیح را
کسری دانست که مخرج آن واحد است

تحویل کسور بیک مخرج

۱۱۶ — تحویل کسور بیک مخرج عبارت از تغییر کسور بکسور دیگریست که با کسور
اول مساوی و تمام آنها صاحب یک مخرج باشند اولاً بجهة تحویل دو کسر بیک مخرج
کافیست دو جمله هر یک از آنها را در مخرج دیگری ضرب نمائیم
مثلاً اگر این قاعده را در دو کسر $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۵}{۷}$ جاری نمائیم دو کسر $\frac{۲۱}{۲۸}$
و $\frac{۲۰}{۲۸}$ حاصل میشود که صاحب یک مخرج و مساوی با کسور مفروضه هستند
ثانیاً بجهة تحویل چند کسر بیک مخرج کافیست دو جمله هر کدام را در حاصل
ضرب مخارج کسور دیگر ضرب نمائیم
مثلاً اگر این قاعده را در سه کسر $\frac{۱۳}{۱۴}$ و $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۵}{۷}$
جاری نمائیم حاصل میشود

$$\frac{۱۳\times۷\times۴}{۱۴\times۷\times۴} \quad \frac{۳\times۷\times۱۴}{۴\times۷\times۱۴} \quad \frac{۵\times۴\times۱۴}{۷\times۴\times۱۴}$$

کسور مسلسله

و چون از اجرای اعمال ضرب این سه کسر بدست می‌آیند

$\frac{۶۴}{۹۲}$ $\frac{۳}{۳}$ $\frac{۲۹۴}{۳۹۱}$ $\frac{۲۸۵}{۳۹۲}$

۱۱۷ — بجهت سنجیدن چند کسر کافی است آنها را بیک مخرج تحویل نمائیم در آنصورت کسر بزرگتر دارای صورت بزرگتر خواهد بود

مثال ۱ دو کسر $\frac{۳۳۵}{۱۱۳}$ و $\frac{۳۳۳}{۱۰۶}$ پس از آنکه بیک مخرج تحویل شدند بدینطور نوشته میشوند بهر دو کسر

$\frac{۳۷۶۲۹}{۱۱۹۷۸}$ و $\frac{۳۵۵۱۰}{۱۱۹۷۸}$ و در اینجا بسهولت واضح میگردد که اولی بزرگتر است

تنبیه — ممکن است اتفاق افتد که دو کسر چنان باشند که بتوان [illegible] انجام سنجش آنها تحویل بیک مخرج لازم نیست اگر [illegible] بزرگتر [illegible]

مثال ۲ در دو کسر $\frac{۳۳۳}{۱۰۶}$ و $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ کسر اول بزرگتر است

تحویل کسر بکوچکترین مخرج مشترک

۱۱۸ — برای [illegible] جمله چند کسر را میتوان به یک مخرج [illegible] کوچکترین مخرج مشترک [illegible]

[illegible]

قاعدهٔ — بجهة تحويل چند بن کسر بکوچکترین مخرج مشترک قاعده آنستکه اول آن کسور را غیر ممکن التحویل نمائیم و پس از آن مابین مخارج کوچکترین مولتیپل مشترک تعیین کنیم و آن کوچکترین مخرج مشترک مطلوب است و بجهة تعیین صورکسور جدید کوچکترین مولتیپل مشترک را بر هریک از مخارج تقسیم نموده خارج قسمت را در صورت ضرب میکنیم و حاصل ضرب را صورت قرار میدهیم

مثال فرض میکنیم این کسور را $\frac{۳۳۹}{۴۳۸}$ $\frac{۳۱۷}{۵۴۰}$ $\frac{۱۱۳}{۳۶۰}$ در این مثال کسور را غیر ممکن التحویل فرض نموده ایم پس بجهة تعیین کوچکترین مولتیپل مشترک مخارج آنها را بعاملهای اول تجزیه میکنیم و حاصل میشود

$$۳۶۰ = ۲^۳ \times ۳^۲ \times ۵$$
$$۵۴۰ = ۲^۱ \times ۳^۳ \times ۵$$
$$۴۳۸ = ۲^۳ \times ۳^۴$$

کوچکترین مولتیپل مشترک مابین سه عدد فوق چنین خواهد بود

$$۲^۳ \times ۳^۴ \times ۵ = ۳۲۴۰$$

و چون این عدد را بر هر یک از مخارج تقسیم کنیم خارج قسمت ذیل بدست آید

$۳^۲$ ۲×۳ ۵

یعنی ۵ ۶ ۹

جمع کسور

پس صورت کسور مفروضه را بنسبت در این سه عدد ضرب میکنیم و سه کسر ذیل حاصل میشوند

$$\frac{۱۶۹۵}{۳۲۴۰} \quad \frac{۱۹۵۲}{۳۲۴۰} \quad \frac{۱۰۱۷}{۳۲۴۰}$$

۱۱۹ — **تنبیه** — در صورتیکه مخارج کسور مفروضه بیش از دو رقم نداشته باشند میتوان بنظر حالت آنها را نسبت بیکدیگر معین نمود و بنا براین تعیین کوچکترین مولتیپل مشترک سهل میشود

مثلاً در کسور $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۵}{۱۲}$ و $\frac{۷}{۲۴}$ بنظر میبینیم که دو مخرج ۳ و ۴ متباین اند پس حاصل ضرب آنها یعنی ۱۲ کوچکترین مولتیپل مشترک است و این عدد با مخرج کسر سیم متماثل است پس همان عدد ۱۲ را انتخاب میکنیم و با مخرج کسر چهارم می سنجیم و میبینیم که ۱۲ و ۲۴ متداخلند بنا بر این عدد بزرگتر یعنی ۲۴ کوچکترین مخرج مشترک مطلوبست و کسور مفروضه تبدیل میشوند به $\frac{۱۶}{۲۴}$ و $\frac{۱۸}{۲۴}$ و $\frac{۱۰}{۲۴}$ و $\frac{۷}{۲۴}$

فصل دوم

در اعمال کسور

جمع

۱۲۵ — بطور کلی مقصود از عمل جمع تعیین عددیست که حاوی تمام آحاد

با اجزاء آحاد ... باشد که دو چند بین عدد موجود ...

قاعدهٔ اوّل — بجهة جمع چند کسر که صاحب یک مخرج باشند قاعده آنست که صورت آنها را جمع نموده مجموع صورتها را داده بر مخرج مشترک کسورات مخرج

مثلاً $\frac{٣}{١٢}+\frac{٧}{١٢}+\frac{١١}{١٢}=\frac{٢١}{١٢}=١+\frac{٨}{١٢}$

قاعدهٔ دوّم — در صورتیکه کسور مفروضه صاحب یک مخرج نباشند اوّل آنها را بیک مخرج تحویل میکنیم و پس از آن بموجب قاعدهٔ اوّل عمل مینمائیم

مثلاً $\frac{٣}{٤}+\frac{٥}{٦}=\frac{٩}{١٢}+\frac{١٠}{١٢}=\frac{١٩}{١٢}=١+\frac{٧}{١٢}$

تنبیه در صورتیکه تمام یا بعضی از کسور مفروضه با عدد صحیح همراه باشند کسور را جدا جمع نموده اعداد صحیح را نیز با یکدیگر جمع میکنیم

مثلاً بجهة جمع نمودن $\frac{٣}{٥}$ ۴ و $\frac{٧}{١٠}$ ۳ و $\frac{٢}{٣}$ ۸ اول کسور را جمع میکنیم

$\frac{٣}{٥}+\frac{٧}{١٠}+\frac{٢}{٣}=\frac{٥٩}{٣٠}=١+\frac{٢٩}{٣٠}$

و مجموع اعداد صحیح ۱۵ = ۸ + ۳ + ۴ خواهد بود.

پس حاصل جمع مطلوب چنین میشود

$١٥+١+\frac{٢٩}{٣٠}=١٦+\frac{٢٩}{٣٠}$

تفریق

۱۲۱ — بطور کلی تفریق عملی است که بواسطهٔ آن از عدد مفروضی نقصان میکنند تمام آنها یا اجزاء آحاد برا که در عدد مفروض دیگر موجود است

قاعدهٔ اول — جهت تفریق دو کسر که صاحب یک مخرج باشند قاعده آنست که عمل تفریق را در صورت آنها بجای آورده همان مخرج کسر مفروضه را مخرج تفاضل قرار دهند

مثلا $\frac{8}{13} - \frac{3}{13} = \frac{5}{13}$

قاعدهٔ دوم — در صورتیکه کسور مفروضه یک مخرج نباشند اول آنها را بیک مخرج تحویل میکنیم و پس از آن بر وفق قاعدهٔ اول عمل مینمائیم

مثلا $\frac{11}{15} - \frac{2}{4} = \frac{22}{30} - \frac{15}{30} = \frac{7}{30}$

تنبیه — در صورتیکه کسور مفروضه با عدد صحیح همراه باشند عمل تفریق را جدا جدا در اعداد صحیح و در کسور بجا میاوریم و دو تفاضل را جمع مینمائیم

مثلا — جهت تفریق $5 + \frac{2}{4}$ از $9 + \frac{11}{15}$ اول ۵ را از ۹ تفریق میکنیم تا تفاضل ۴ بدست آید و پس از آن $\frac{2}{4}$ را از $\frac{11}{15}$ نقصان مینمائیم تا کسر $\frac{7}{30}$ حاصل شود در اینحال تفاضل مطلوب $4 + \frac{7}{30}$ خواهد بود

ممکن است اتفاق افتد که در اینجا تفریق کسر مفروق از کسر مفروق منه بزرگتر باشد در اینصورت رفع اشکال اجرای قاعده فوق باین میشود که یک واحد صحیح مفروق منه را جزء کسر آن نموده بقیهٔ عمل را اتمام نمائیم

مثلا بجهة تفریق $\frac{3}{4}$ + ۵ از $\frac{5}{12}$ + ۹ یا $\frac{9}{12}$ + ۵ از $\frac{5}{12}$ + ۹ یک واحد از عدد صحیح ۹ جزء کسر $\frac{5}{12}$ نموده عمل را راجع میکنیم بتفریق $\frac{9}{12}$ + ۵ از $\frac{17}{12}$ + ۸ و موافق قاعده فوق باقی ماندهٔ این تفریق $\frac{8}{12}$ + ۳ یا بطور اختصار $\frac{2}{3}$ + ۳ خواهد بود

ضرب

۱۲۲ — ضرب نمودن عدد در کسر عبارتست از تقسیم نمودن آن عدد بآن قدر از اجزاء متساویه که در مخرج کسر مفروض حاصل موجود است و اختیار نمودن آنقدر از آن اجزاء که در صورت کسر واحد یافت میشود

مثلا ضرب نمودن عدد د در $\frac{2}{3}$ عبارت از تقسیم نمودن عدد مفروض د به ۳ جزء متساوی و اختیار نمودن ۲ عدد از آن اجزاء

قاعده اول — بجهة ضرب کسر در عدد صحیح یا ضرب عدد صحیح در کسر باید صورت آن را در عدد صحیح ضرب نمود

مثلاً $\frac{۵}{۷} \times ۴ = \frac{۵ \times ۴}{۷} = \frac{۲۰}{۷}$

درصورتیکه مخرج کسر مفروض قابل تقسیم باشد بر عدد صحیح

میتوان محض اختصار مخرج را بر عدد صحیح قسمت نمود

مثلاً $\frac{۹}{۱۶} \times ۴ = \frac{۹}{۱۶ : ۴} = \frac{۹}{۴}$

قاعدهٔ دویم — بجهة ضرب دو کسر دریکدیگر بایدصورت

و مخرج آنها را دریکدیگر ضرب نمود

مثلاً $\frac{۵}{۷} \times \frac{۴}{۹} = \frac{۵ \times ۴}{۷ \times ۹} = \frac{۲۰}{۶۳}$

تنبیه — درصورتیکه دوکسر مفروض با عدد صحیح همراه باشند اول

آنها را تجنیس میکنیم و بعد بر وفق قاعدهٔ دویم عمل را اتمام مینمائیم

مثلاً $(۲ + \frac{۳}{۴})(۳ + \frac{۲}{۳}) = \frac{۱۱}{۴} \times \frac{۱۱}{۳} =$

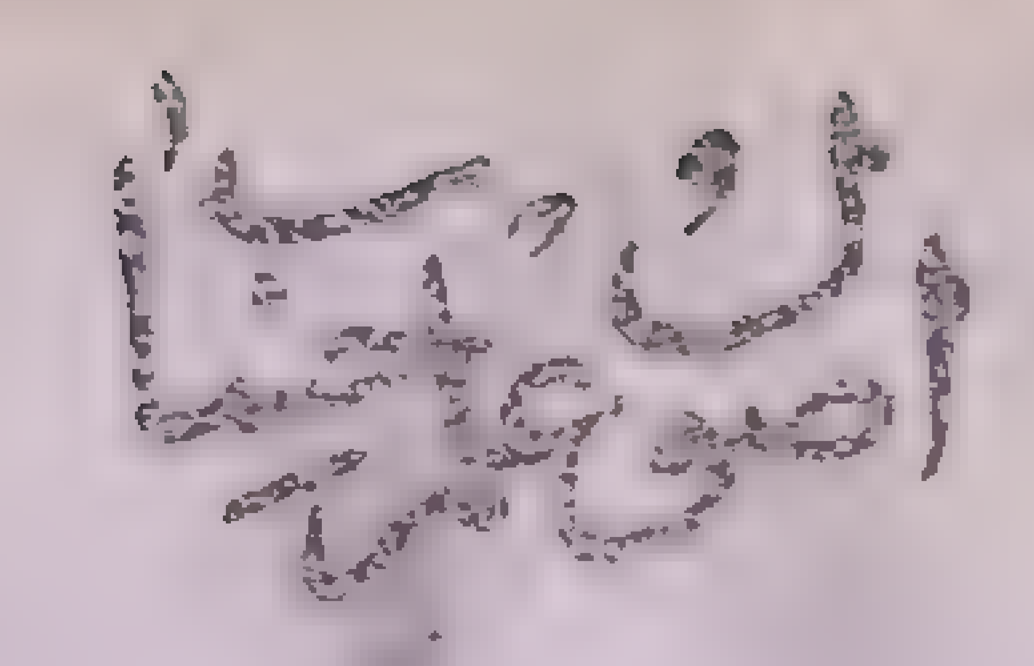
$= \frac{۱۲۱}{۱۲} = ۱۰ + \frac{۱}{۱۲}$

تقسیم

۱۲۳ — بطور کلی مقصود از تقسیم درصورتیکه حاصل ضرب دو عامل یکی

از آنها معلوم باشد تعیین عامل دیگر است

قاعدهٔ اول — بجهة تقسیم کسر بر عدد صحیح کافیست آنرا در عدد صحیح ضرب نمائیم



مثلاً $\frac{5}{7} : 4 = \frac{5}{7\times4} = \frac{5}{28}$

در صورتیکه صورت کسر مفروض بر عدد صحیح قابل قسمت باشد میتوان بعض اختصاصاً صورت را بر عدد صحیح قسمت نمود

مثلاً $\frac{12}{25} : 4 = \frac{12:4}{25} = \frac{3}{25}$

قاعدهٔ دوم — بجهت تقسیم عدد صحیح بر کسر یا تقسیم کسر بر کسر قاعده آنست که کسر مقسوم علیه را معکوس نموده عمل ضرب بجا آوریم

مثلاً $5 : \frac{3}{4} = 5\times\frac{4}{3} = \frac{20}{3}$

و $\frac{5}{7} : \frac{3}{4} = \frac{5}{7}\times\frac{4}{3} = \frac{20}{21}$

در صورتیکه صورت کسر مقسوم علیه بر مقسوم صحیح قابل قسمت باشد میتوانیم اختصاصاً صورت را بر عدد صحیح قسمت میکنیم و کسر حاصل را معکوس مینمائیم

مثلاً $5 : \frac{25}{31} = \frac{31}{25:5} = \frac{31}{5}$

تنبیه — اگر کسور مفروضه با عدد صحیح همراه باشند اول تجنیس میکنیم و بعد عمل را باتمام میرسانیم

مثلاً $(2+\frac{3}{4}) : (5+\frac{2}{3}) = \frac{11}{4} : \frac{17}{3} = \frac{11\times3}{17\times4} = \frac{33}{68}$

کسور بصورت عموم

۱۲۴ — در تقسیم اعداد صحاح هرگاه مقسوم بر مقسوم علیه قابل قسمت نبوده باشد عدد صحیحی که در خارج قسمت می‌یابیم خارج قسمت کامل نیست بلکه جزء صحیح آنست و بنابرین محض تکمیل خارج قسمت کسری بر جزء صحیح آن اضافه مینمائیم که صورتش باقی مانده تقسیم و مخرجش مقسوم علیه باشد

مثلاً در تقسیم ۲۵ بر ۷ جزء صحیح خارج قسمت ۳ و باقی مانده تقسیم ۴ است پس خارج قسمت کامل این تقسیم $\frac{4}{7}$ + ۳ خواهد بود

قوای کسور

۱۲۵ — در قوای اعداد صحاح اینچه مذکور نمودیم بر کسور نیز تعلق میگیرد اینکه برای بقوه رسانیدن کسری صورت و مخرج آنرا جدا جدا بقوه میرسانیم

مثلاً $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{81}{625}$

فصل ششم

در اعداد اعشاری

مقدمه

۱۲۶ — بقسمیکه سابقاً گفته شد کسر عبارت از یک یا چند جزء مساوی از اجزای واحد باشد ولی هر نوع تقسیم واحد بر اجزا ممکن است

کمیات محققاً مبنی است بر تقسیم اعشاری واحد یعنی اندازه کردن کمیت با اجزائی که حاصل میشوند در صورتیکه واحد صحیح را بر ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ جزء متساوی قسمت نمائیم

پس اجزاء اعشاری واحد عبارتند از دهم و صدم و هزارم وغیره که

آحاد مراتب اعشاری نیز گویند مثلاً دهم واحد مرتبهٔ دوم اعشار است و همچنین الی اخر و از اینجا نیز معلوم میشود که دهم معادل است با ده صدم و صدم معادل ده هزارم و بطور کلی واحد هر یك از مراتب اعشاری ده برابر واحد بعد آنست

دهم اول اعشار صدم واحد دهم ده اعشار هم هزارم

عدد اعشاری عددیست که مینماید عده آحاد و اجزاء اعشاری آحاد را که کمیت مفروض شامل بوده و از اینقرار هر عدد اعشاری ممکن است مرکب باشد از یکجزء صحیح و یکجزء اعشاری و در هر یك از مراتب اعشاری کمتر از نه است

قاعده بجهة نوشتن اعداد اعشاری

۱۲۷ ــــ اعداد اعشاری را مثل اعداد صحیح می نویسند از اینقرار که آحاد مراتب اعشاری نیز مانند آحاد مراتب صحاح ده ده بالا میروند پس میتوان

بعد از نوشتن جزء صحیح عدد اعشاری ارقام دهم و صدم و غیره را
بتوالی آن مرقوم نموده و محض اینکه رقم آحاد معین باشد و
واضح گردد که ارقام اعشاری از کجا شروع شده این علامت (ر)
را بعد از رقم آحاد قرار میدهند آنرا ممیز نامند

مثلاً اگر عدد اعشاری شامل ۳۵ واحد و ۳ عشر و ۵ هزارم و ۷ ده
هزارم باشد آنرا چنین نویسند ۳۵ر۳۰۵۷ و در این مثال بجای مرتبه
صدم که مفقود بوده صفر وضع نمودیم

هرگاه عدد اعشاری مفروض جزء صحیح نداشته باشد صفر بجای آن وضع میکنیم
و ممیز قرار داده مراتب اعشار را بتوالی آن مرقوم میداریم

مثلاً اگر عدد اعشاری شامل ۳ دهم و ۵ هزارم و ۷ ده هزارم
باشد چنین مینویسیم ۰ر۳۰۵۷

۱۲۸ — مقدار عدد اعشاری تغییر نمیکند هرچند به تکمله یک یا
چند صفر بر یمین آن اضافه نمائیم

مثلاً هر ۳ر۵ و ۳ر۵۰ و ۳ر۵۰۰ متساوی هستند از آنجهت که هر یک شامل
۳ واحد صحیح و ۵ دهم میباشند و از انتقال ممیز در هر عدد صحیح ما

عدد اعشاری نصو دشنمود که ارقام مراتب اعشار آن صفر باشند
مثلاً ۰٫۳ را مینوان ۰٫۳۰ یا ۰٫۳۰۰ نوشت

۱۲۹ — هر عدد اعشاری را میتوان بر ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ و غیره ضرب یا تقسیم نمود باینکه ممیز را یک یا دو یا سه مرتبه بسمت یمین یا یسار حرکت داد
مثلاً حاصل ضرب ۱۱۳٫۷۶۹۲ در ۱۰۰۰ عدد ۱۱۳۷۶۹٫۲ و خارج قسمت آن بر ۱۰۰ عدد ۱٫۱۳۷۶۹۲
خواهد بود

ممکن است اتفاق افتد که عده ارقام جزء صحیح یا جزء اعشاری عدد مفروض کافی نباشد و نتوانیم ممیز را به یمین یا یسار حرکت داد در اینصورت پیش از آن چند صفر علاوه میکنیم در یمین جزء اعشار یا در یسار جزء صحیح عدد مفروض
مثلاً اگر مقصود تقسیم عدد ۳۵٫۰ باشد بر ۱۰۰ در اینصورت بجای ۳۵٫۰ که ارقام جزء صحیحش کافی نیستند ۰۰۳۵٫۰ مینویسیم و پس از آن ممیز را دو مرتبه بسمت یسار حرکت داده عدد ۰٫۳۵۰ خارج قسمت مطلوب خواهد بود

قاعده بجهت خواندن عدد اعشاری که بارقام نوشته شده باشد

۱۲۵ ــــ قاعده ــــ بجهة خواندن عدد اعشاری قاعده آنست [که]

جزء صحیح آنرا تلفظ نمائیم و پس از آن جزء سمت یمین ممیز را [که]

[جزء] صحیح باشد میخوانیم و در آخر اسم مرتبهٔ اعشاری رقم اخیر را ذکر نمائیم

مثلا عدد ۳۵٫۳۰۵۷ را باید چنین تلفظ نمود سی و پنج

عدد صحیح و سه هزار و پنجاه و هفت ده هزارم

اغلب وقتیکه عدد اعشاری مختصر باشد تمام آنرا قطع نظر از ممیز مثل اینکه

عدد صحیح باشد میخوانند و پس از آن مرتبهٔ اعشاری رقم اخیر را ذکر میکنند

مثلا میتوان عدد ۳۵٫۳۰۵۷ را بدین طرز خواند سیصد و پنجاه

و سه هزار و پنجاه و هفت ده هزارم

بالعکس وقتیکه عدد اعشاری مفصل باشد اغلب جزء اعشاری را ابتدا از یسار

بقطعاتی تقسیم میکنند ممکن است که آخرین قطعه سمت یمین [فقط]

یک یا دو رقم باشد در اینحالت یک یا دو صفر بران اضافه مینمایند پس از

آن جزء صحیح را تلفظ نموده هر یک از آن قطعات را بتنهائی میخوانند و در آخر

هر قطعه اسم مرتبهٔ اعشاری رقم اخیر را ذکر میکنند

مثلا عدد ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷ را چنین تلفظ میکنند

سه عدد صحیح و صد و چهل و یک هزار و پانصد نود و دو میلیونیم و ششصد و چهار زیسر بلیونیم و پانصد هشتاد و نه تریلیونیم و هفتصد کادریلیونیم

تحویل اعداد اعشاری بکسر متعارفی

۱۳۱ — قاعده — بجهة تحویل عدد اعشاری بکسر متعارفی کافیست مییز را حذف کنیم و حاصل را بر واحدی که بعده ارقام اعشاری عدد مفروض صفر داشته باشد تقسیم نمائیم

مثلا
$$\frac{253057}{10000} = 25{,}3057 = 25{,}3057$$

بالعکس بجهة اینکه بصورت عدد اعشاری کسری را در آوریم که مخرج آن یکی از قوای ده باشد کافیست صورت را نوشته به اعانت میزی بعده اصفار مخرج رقم اعشاری از آن جدا کنیم

پس اعداد اعشاری نظیر کسور متعارفی که مخرج آنها یکی از قوای ده باشند و باین واسطه آنها را کسر اعشاری نیز گویند

جمع اعداد اعشاری

۱۳۲ — بجهة جمع چند عدد اعشاری قاعده اینست که آن اعداد را زیر یکدیگر بطریقی نویسیم که تمام میزها بمحاذات یکدیگر واقع شوند

اعمال اعداد اعشاریہ

وپس از آن عمل جمع را مانند اعداد صحاح بجای آوریم و در حاصل جمع
نیز ممیزی بمحاذات ممیز اعداد مفروضہ وضع نمائیم

مثلاً فرض میکنیم کہ مقصود جمع نمودن اعداد

۱۵, ۴۱۵, ۲۱ و ۶۹, ۹۸ و ۳, ۱۸۳ باشد

در اینصورت آنہا را در تحت یکدیگر بطریقی منویسیم کہ ممیزہا بمحاذات یکدیگر
واقع شوند و آنوقت عمل جمع را بجا می آوریم و صورت عمل چنین میشود

۳, ۱۸۳
۹۸, ۶۹
۲۱, ۴۱۵

۱۳۳, ۲۸۸

تفریق اعداد اعشاریہ

۱۳۳ — **قاعدہ** — بجہت تفریق دو عدد اعشاری

قاعدہ آنست کہ عدد کوچکتر را در تحت عدد بزرگتر بطریقی نویسیم
کہ ممیزہا بمحاذات یکدیگر واقع شوند و آنوقت مثل اعداد صحاح عمل نمود
در حاصل ممیزی بمحاذات ممیز مفروق و مفروق منہ وضع نمائیم

واگر عده ارقام اعشار یکی از دو عدد مفروض کمتر باشد صفر اضافه نموده مساوی میکنیم وآنوقت عمل را باتمام میرسانیم

مثلاً فرض میکنیم که مقصود تفریق ۹۶٫۹۸۶ باشد از ۵۹٫۳۱۴۱ درا ینصورت عدد کوچکتر را در تحت عدد بزرگتر مینویسیم وصورت عمل چنین میشود

۵۹٫۳۱۴۱
۹۶٫۹۸۶
۳۷٫۵۴۷۲

ضرب اعداد اعشاری

ضرب عدد اعشار

اگر عدد صحیح ... بجهة ضرب هر اعشاری در عدد صحیح قاعده آن استکه قطع نظر از ممیز نموده مانند اعداد صحیح عمل ضرب بجا آوریم و پس از آن از سمت یمین حاصل ضرب با ممیز بعده ارقام اعشار مضروب رقم جدا نمائیم مثلاً اگر مقصود ضرب ۱٫۳۱ باشد در ۲۳ صورت عمل چنین میشود

۳/۱۴۱
۲۳
۹۴۲۳
۶۲۸۲
۷۲/۲۴۳

۱۳۵ — ضرب اعداد اعشاری — بجهة ضرب دو عدد اعشاری در یکدیگر قاعده آنستکه قطع نظر از ممیزها نموده عمل ضرب را مانند اعداد صحاح بجای آوریم و پس از آن از سمت یمین حاصل ضرب با ممیزی بقدر مجموع عدهٔ ارقام اعشار مضروب و مضروب فیه رقم جدا کنیم

مثال ۱ اگر مقصود ضرب ۳/۱۴ باشد در ۹/۸ صورت عمل چنین است

۳/۱۴
۹/۸
۲۵۱۲
۲۸۲۶
۳۰۷۷۲

تقسیم اعداد اعشاری

۱۳۶ — تقسیم عدد اعشاری بر عدد صحیح — بجهة تقسیم

عدد اعشاری بر عدد صحیح قاعده آنست که قطع نظر از ممیز نموده اولا

و اما نند اعداد صحاح بجا آوریم و پس از آن از ممیز خارج قسمت یا ممیز

بعده ارقام اعشار مقسوم را جدا کنیم

مثلا اگر مقصود تقسیم ۳۱ر۴۱۵ باشد بر ۱۲ صورت عمل چنین بشود

۳۱/۴۱۵	۱۲
۷۴	۲/۶۱۷
۲۱	
۹۵	
۱۱	

خارج قسمت مطلوب ۲ر۶۱۷ است با اضافه کسری از هزارم لیکن از این کسر

هزارم که در مثال ما $\frac{۱۱}{۱۲}$ است اغلب صرف نظر میکنند و در اینجا گویند

۲ر۶۱۷ خارج قسمت مطلوب است تا کمتر از یک هزارم تقریباً

عدد ۲ر۶۱۷ مقدار تقریبی خارج قسمت است تا کمتر از یک هزارم و

عدد ۲ر۶۱۸ نیز مقدار تقریبی آن خارج قسمت است تا کمتر از یک هزارم

ولی عدد اول از خارج قسمت حقیقی کوچکتر و عدد ثانی بزرگتر از آنست باین واسطه تقریب عدد اول را تقریب نقصانی و تقریب عدد ثانی را اضافی نامند

تنبیه — بر وفق این قاعده یا مقدار حقیقی خارج قسمت بدست آید و یا مقدار تقریبی آن تا کمتر از یک واحد مرتبه رقم اخیر مقسوم لیکن بتوان خارج قسمت را تا هر قدر تقریب بخواهیم حساب کنیم بنابراین که در سمت یمین مقسوم بقدر کفایت صفر اضافه نمائیم

مثلاً اگر مقسوم تعیین خارج قسمت ۹۰۰ ر۳۲ باشد بر ۱۲ تا کمتر از یک هزارم تقریب تقسیم را در ۹۰۰ ر۳۲ بجا می آوریم و صورت عمل این است

$$
\begin{array}{r|l}
۳۲/۹۰۰ & ۱۲ \\ \hline
۸۹ & ۲/۷۴۱ \\
۵۰ & \\
۲۰ & \\
۸ &
\end{array}
$$

خارج قسمت مطلوب ۷۴۱ ر۲ است تا کمتر از یک هزارم تقریب و تقریب آن نقصانیست

در مسائل فوق عوض اینکه اصفار را در یمین مقسوم بنویسیم و بعد از آن تفریق
آوریم یک مرتبه در یمین باقیهای متوالی آنها را وضع می‌نمودیم و لذا اینست که مقسوم را
که عمل تقسیم را بطریقهٔ معمول جاری داشتیم و چون بباقیماندهٔ هیچ رسید بعد
صفری اضافه نموده عمل تقسیم را ممتد نمودیم تا هر قدر لازم باشد

۱۳۷ — تقسیم عدد صحیح یا عدد اعشاری بر عدد اعشاری

تقسیم عدد صحیح یا عدد اعشاری بر عدد اعشاری قاعده آنست که ممیز مقسوم
علیه را حذف کنیم و مقسوم را در واحدی که بعده ارقام مقسوم علیه صفر
داشته باشد ضرب کنیم و از روی قاعدهٔ فوق (۱۳۶) را مجری داریم

مثال ۱ — اگر مقصود تقسیم ۳۱۴٫۱۵۹ باشد بر ۹٫۸۶ ممیز مقسوم علیه را حذف میکنیم
و مقسوم را در ۱۰۰ ضرب میکنیم و عمل راجع به تقسیم ۳۱۴۱۵٫۹ بر ۹۸۶ از

۳۱۴٫۱۵۹	۹۸۶
۱۸۳۵	۰٫۳۱۸
۸۴۹۹	
۸۴۹۹	
۹۱۱	

۱۳۱ — باقیماندهٔ هر تقسیم عشاریهٔ همیشه از جنس مرتبهٔ آخر رقم اعشاری مقسوم است مثلاً در تقسیم (۱۳۶) باقیماندهٔ ۱۱ هزارم از مقسوم ۰۵۰۱ را بر ۳ قسمت نمودیم (۱۳۷) باقیماندهٔ تقسیم ۲ عدد است زیرا مقسوم را در ده ضرب نموده بودیم باقیماندهٔ حقیقی ۰۰۲ بود و مقسوم ۹۵۰ را بر ۳ تقسیم نمائید میشود در هر حالت باقیمانده از جنس آخرین رقم مقسوم است

فصل چهارم

در تقدیر تقریبی کمیات و اعداد

حدود

۱۳۹ — تقدیر هر کمیت تا کمتر از یک واحد تقریب عبارتست از تعیین بزرگترین عددی که در کمیت مفروض واحد موجود باشد این عدد بلاواسطه معرف آن اندازهٔ کمیت مفروض خواهد بود تا کمتر از یک واحد تقریب اولی را نقصانی و دومی را اضافی گویند

بطور کلی تقدیر هر کمیت تا کمتر از کسری مثل ۱/۱ تقریب عبارتست از تعیین بزرگترین عددی که سبع واحد در کمیت مفروض مندرج باشد مثلاً

اگر کمیتی بزرگتر باشد از ۵ مرتبه سبع واحد و کوچکتر باشد از ۶ مرتبه سبع واحد در این صورت دو کسر $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۶}{۷}$ اندازه تقریبی آن کمیت خواهند بود تقریب اولی نقصانی و تقریب دومی اضافی است

تقدیر تقریبی کسور

۱۴۵ — بجهت توضیح مسئله تقدیر تقریبی کسور چند مثال ذکر میکنیم

۱ — بجهت تقدیر هر کسر تا کمتر از یک واحد تقریب کافیست اختیار کنیم عدد صحیح را که در آن کسر مندرج است یا عدد صحیح بلاواسطه فوقانی آنرا

مثلاً فرض میکنیم کسر $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ را و آنرا رفع مینمائیم

$$\frac{۳۵۵}{۱۱۳} = ۳ + \frac{۱۶}{۱۱۳}$$

پس کسر مفروض واقع است ما بین ۳ و ۴ و این دو عدد مقادیر تقریبی کسر مذکورند تا کمتر از یک واحد تقریب عدد اول نقصانی و تقریب عدد ثانی اضافیست

۲ — بجهت تقدیر هر کسری تا کمتر از $\frac{۱}{۲}$ تقریب کافیست اصل [ضرب] کسر مفروض را در مخرج کسر تقریب معین کنیم حاصل را تا کمتر از یک واحد تقریب صحیح تقدیر نمائیم و دو مقدار تقریبی را که بدست آید بر مخرج کسر تقریب تقسیم نمائیم.

مثال اگر مقصود تعیین کسر $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ باشد تا کمتر از $\frac{۱}{۷}$ تقریب اول آنرا در ۷ ضرب میکنیم بعد حاصل را تا کمتر از یک تقریب تعیین مینمائیم

$$\frac{۳۵۵ \times ۷}{۱۱۳} = \frac{۲۴۸۸}{۱۱۳} = ۲ + \frac{۱۱۲}{۱۱۳}$$

بنابراین مقادیر تقریبی کسر $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ تا کمتر از $\frac{۱}{۷}$ تقریب دو کسر $\frac{۲۱}{۷}$ و $\frac{۲۲}{۷}$ خواهند بود .

تحویل کسور متعارفه بکسر اعشاری

۱۰۱ — اعمال اعداد اعشاری کاملاً مشابهند با اعمال اعداد صحیح دارند و باین واسطه محاسبه این نوع کسور اسهل از محاسبه کسور متعارفه است و اغلب در عملیات کسور متعارفه را قبل از محاسبات خواه بتحقیق و خواه بتقریب به کسور اعشاری مبدل میکنند

بجهة تحویل هر کسر متعارفی بکسر اعشاری تا کمتر از یک واحد اعشاری معین تقریباً قاعده آنستکه صورت کسر را بر مخرج آن تقسیم نمایند و بر یمین باقیمانده ها متوالیاً صفر اضافه نموده عمل تقسیم را تا کسب ... ادامه دهند تا آخرین رقم خارج قسمت از جنس همان مرتبه اعشار معین باشد

مثلاً اگر مقصود تحویل کسر $\frac{۵}{۷}$ باشد بکسر اعشاری

اصول علم حساب

تا کمتر از میلیونیم تقریب صورت عمل چنین میشود

```
۵۰ | ۷
   |------------
۱۰ | ۰/۷۱۴۲۸۵
 ۳۰
  ۲۰
   ۶۰
    ۴۰
     ۵
```

مقدار تقریبی کسر $\frac{۵}{۷}$ تا کمتر از یک میلیونیم تقریب

۰/۷۱۴۲۸۵ خواهد بود

در کسور متناوبه

۱۴۲ ـــــ در تحویل کسر متعارفی بکسر اعشاری ممکن است دو حالت اتفاق افتد

حالت اول آنست که اگر بعد از چند عمل تقسیم باقی امداد دهیم بباقی مانده صفر خواهیم رسید و در اینجا گویند کسر متعارفی قابل تحویل است بکسر اعشاری و خارج قسمت تقسیم اندازه تحقیقی کسر متعارفی مفروض است

حالت ثانی آنست که عمل تقسیم را هر قدر متمادی بیابانند بصفر نخواهیم رسید و ناهر از خارج قسمت که توقف نمائیم مقدار تقریبی کسر متعارفی مفروض تا واحد اعشاری همان رقم اخیر خارج قسمت بدست می آید در این حالت هم

کسور متناوبه

پس از آنکه بقدر کفایت تقسیم ممتد نمائیم یک عدهٔ معین از ارقام خارج قسمت بترتیب مکرر میشود و عدد اعشاری را که در خارج قسمت باشد

کسر متناوب گویند

بجهت مثال اول کسر $\frac{۵}{۸}$ را اختیار میکنیم و عمل تقسیم را بجای آوریم

۵۰	۸
۲۰	۰٫۶۲۵
۴۰	
۰	

چنانچه دیده میشود پس از ۳ رقم خارج قسمت عمل تقسیم باقی مانده صفر منتهی گردید کسر $\frac{۵}{۸}$ قابل تحویل بکسر اعشاری شد و مقدار تحقیقی آن ۰٫۶۲۵ است

بجهت مثال حالت دوم کسر $\frac{۳}{۷}$ و $\frac{۵}{۶}$ را اختیار میکنیم و عمل تقسیم را بجای آوریم

۳۰	۷
۲۰	۰٫۴۲۸۵۷۱۴....
۶۰	
۴۰	
۵۰	
۱۰	
۳	
۲۰	

۵۰	۶
۲۰	۰٫۸۳۳....
۲۰	

چنانچه ظاهر است در این دو تقسیم خارج قسمتها کسر متناوب اند

و چند رقم خارج قسمت به ترتیب مکرر گردیده اند و در تحویل کسر ۵/۶ رقم ۳
در خارج قسمت مکرر میشود و در تحویل کسر ۲/۷ شش رقم
۴ و ۲ و ۸ و ۵ و ۷ و ۱
تمام ارقامی که به ترتیب مکرر میشوند **دوره گردش** نامند
و کسر متناوب را **بسیط یا مرکب** خوانند در صورتیکه دوره
گردش بلافاصله بعد از ممیز شروع شود و یا بعد از چند رقم
دیگر **مثلا** کسر ۰/۸۳۳ متناوب مرکب است و ابتدای دوره
گردش بعد از رقم ۸ است و کسر ۰/۴۲۸۵۷۱۴...
متناوب بسیط است

در هر کسر متناوب مرکب ارقامی که بعد از ممیز واقع شده اند و مکرر
نمیگردند **دوره غیر گردش** گویند **مثلا** در کسر
متناوب مرکب ۰/۸۳۳ رقم ۸ دوره غیر گردش است

۳ع۱ — میتوان قبل از تقسیم معین نمود که کسر متعارفی قابل
تحویل است به کسر اعشاری یا نیست در حالت اول عده ارقام خارج
قسمت چند است و در حالت ثانی کسر متناوبی که بدست می آید مرکب

یا بسیط خواهد بود

بجهة این فقره کسر متعارفی را غیر ممکن التحویل نموده مخرج آنرا بعوامل

اول خود تجزیه میکنند در آنحالت

۱ــ اگر در مخرج جز عوامل ۲ و ۵ عامل اول دیگری موجود نبود کسر مفروض

قابل تحویل است به کسر اعشاری و عدهٔ ارقام خارج قسمت مساوی است به بزرگترین

نماینده عامل ۲ یا ۵ **مثلا** کسر غیر ممکن التحویل $\frac{27}{40}$ را فرض میکنیم

مخرج ۴۰ را بعوامل اول خود تجزیه مینمائیم

$$5 \times 2^{3} = 40$$

و معلوم میشود که کسر $\frac{27}{40}$ قابل تحویل است به کسر اعشاری و عدهٔ

ارقام خارج قسمت ۳ است چنانچه از تقسیم واضح میشود

۲ــ اگر در مخرج هیچیک از دو عامل ۲ و ۵ موجود نبودند و عامل

اول دیگر موجود بود کسر مفروض بالبداهه میشود به کسر متناوب بسیط

مثلا کسر غیر ممکن التحویل $\frac{19}{21}$ را فرض میکنیم و مخرج ۲۱ را

بعوامل اول خود تجزیه مینمائیم

$$7 \times 3 = 21$$

و معلوم میشود که کسر $\frac{۱۹}{۲۱}$ تحویل خواهد شد بکسر متناوب بسیط

۳ — اگر در مخرج علاوه بر یکی از دو عامل ۲ و ۵ عوامل اول دیگر هم موجود بود کسر مفروض بدل میشود به متناوب مرکب و عده ارقام غیر گردش مساوی است به بزرگترین نماینده عامل ۲ یا ۵

مثلاً کسر غیر ممکن التحویل $\frac{۱۵۱}{۲۸۰}$ را فرض میکنیم مخرج ۲۸۰ را بعوامل اول خود تجزیه مینمائیم

$$۲۸۰ = ۲^{۳} \times ۵ \times ۷$$

و معلوم میشود که کسر $\frac{۱۵۱}{۲۸۰}$ تحویل خواهد شد بکسر متناوب مرکب و عده ارقام غیر گردش ۳ خواهد بود

کسر منتج

۲۶۱ — در صورتیکه کسر متناوب مفروض باشد میتوان تعیین نمود کسر متعادل نظیر آن یعنی کسر متعادلی را که پس از تحویل بکسر متناوب مفروض مبدل میشود و آنرا کسر متعادل منتج نامند

در این عمل همیشه از عدد صحیح قطع نظر میکنیم و چون کسر بدست آمده را میتوان بعمل تجنیس اگر عدد صحیح موجود بوده جزء کسر نمود

۱ — کسر منتج هر کسر متناوب بسیط کسری است که صورتش جمله گردش و مخرجش

عددی باشد مرکب از آنقدر ۹ که در جملهٔ گردش رقم موجود است

مثال

$$\frac{۷۲۶}{۹۹۹} = ۰/۷۲۶۷۲۶...$$

۲ — کسر منتج هر کسر متناوب مرکب کسری است که صورتش تفاضل جمله غیر گردش و یک جمله گردش باشد بر جمله غیر گردش و مخرجش عددی مرکب از آنقدر ۹ که در گردش و آنقدر صفر که در غیر گردش رقم موجود است

مثال

$$\frac{۶۵۴۳۲-۶۵}{۹۹۹۰۰} = ۰/۶۵۴۳۲۴۳۲...$$

۱۴۵ — **تنبیه** — اگر کسر متناوب مفروض دارای عدد صحیح باشد اول از آن قطع نظر میکنیم و پس از آن تجنیس مینمائیم

مثال

$$۳/۷۶۵۰۱۵۰۱... = ۳ + \frac{۷۶۵۰۱-۷۶}{۹۹۹۰۰}$$

$$= ۳ + \frac{۷۶۴۲۵}{۹۹۹۰۰} = \frac{۳۷۶۱۲۵}{۹۹۹۰۰}$$

مقاله چهارم

در اعداد اصم

فصل اول

در جذر اعداد

مقدّمات اصلیّه

عدد ۱ — هرگاه دو کمیت مولد مثل کمیت ثالثی باشند
این کمیت ثالث را مسطح ضربی دو کمیت اول نامند
دو کمیت را نسبت به یکدیگر متباین یا اصم گویند موافق
آنکه مقیاس مشترک داشته باشند یا نه

هرگاه کمیتی نسبت به واحد انتخابی مقیاس مشترکی داشته باشد در اینصورت
مقیاس مشترک مذکور یا خود واحد خواهد بود و یا یکی از حصص صحیح واحد در
حالت اول اندازه کمیت مفروض عدد صحیح خواهد بود و در حالت
ثانی عدد کسری

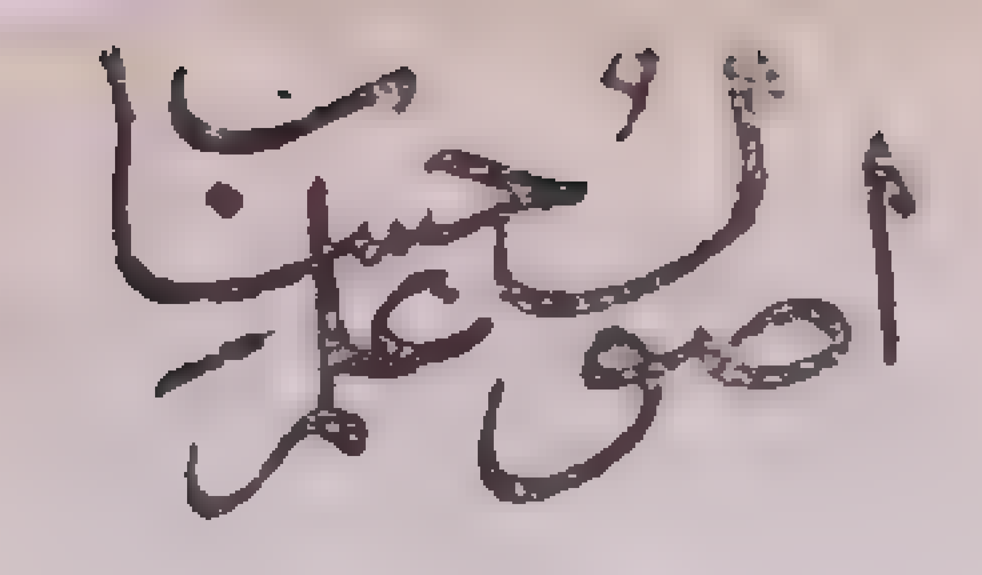
هرگاه کمیتی با واحد انتخابی مقیاس مشترکی نداشته باشد واضح است
که نمیتوان اندازه تحقیقی آن را به عدد صحیح یا عدد کسری بیان نمود ولی
اگر واحد انتخابی را به اجزاء متساوی قسمت نمائیم و یکی از آن اجزاء را کمیت

مفروض را نقطه بکنیم دو مقدار تقریبی آن بدست آمده و هر قدر
اجزاء متساوی را بیشتر قرار دهیم تقریب کمتر خواهد بود
عدد را منطق یا اصم گویند موافق آنکه کمیتی که آن عدد اندازه
او است با واحد آن نسبت منطق یا اصم باشد
اعداد منطق عبارتند از اعداد صحاح و کسور

در مجذور و جذر اعداد

۱۴۷ — مجذور یا مربع یا قوه دویم عدد حاصل ضرب دو عامل مساوی
بر آن عدد است مثلاً مجذور ۵ عدد ۲۵ و مجذور ۱۳ عدد ۱۶۹ است
و چنانچه سابقاً مذکور داشتیم مجذور هر کسر حاصل میشود در
صورتیکه دو جمله از آن مجذور نمائیم

جذر یا ریشه دویم یا ضلع مربع هر عدد عددی است که چون آنرا مجذور نمائیم عدد مفروض حاصل گردد مثلاً
جذر ۲۵ عدد ۵ و جذر ۴۹ عدد ۷ است
جذر هر عدد را با علامت ... مینمایند و آنرا رادیکال
گویند مثلاً $\sqrt{25}$ تلفظ میشود



جذر ۲۵ و $\sqrt{\frac{4}{9}}$ تلفظ میشود جذر $\frac{4}{9}$

۱۴۸ — هر عددی که مجذور عدد صحیح یا عدد کسری باشد آنرا مجذور کامل گویند جذر چنین عدد منطق و در غیر اینحالت جذر عدد مفروض اصم خواهد بود

۴۹ — عملی که با آن تعیین میکنند جذر منطق یا مقدار تقریبی جذر اصم را **استخراج جذر** نامند

بجهت استخراج جذر از ذکر چند خاصیت ناگزیریم

اولاً مجذور حاصل جمع دو عدد مساوی است به مجذور عدد اول باضافه ضعف حاصل ضرب عدد اول در عدد دوم باضافه مجذور عدد دوم

مثلاً $(3+2)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2 + 2^2$

ثانیاً جذر هر عددی که بزرگتر باشد از ۹ مرکب خواهد بود از عشرات و آحاد پس میتوان گفت که

مجذور هر عددی که مرکب باشد از عشرات و آحاد مساوی است به مجذور عشرات باضافه ضعف حاصل ضرب عشرات در آحاد باضافه مجذور آحاد

ثالثاً جدول مجذورات اعداد یک رقمی از اینقرار است

۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۸۱	۶۴	۴۹	۳۶	۲۵	۱۶	۹	۴	۱

و مجذورات قوای متوالیه ١٠ از این قرارند

١٠ ١٠٠ ١٠٠٠ ١٠٠٠٠ ١٠٠ ١٠٠٠٠

١٠٠٠٠٠٠ ١٠٠٠٠٠٠٠٠

و بملاحظهٔ اول معلوم میشود که جذر هر عدد کوچکتر از ١٠٠

یعنی جذر هر عدد دو رقمی صاحب یک رقم خواهد بود

در استخراج جذر اعداد صحاح

١٥٠ — در استخراج جذر هر عدد صحیح دو حالت ممکن است اتفاق افتد

حالت اول جذر عدد کوچکتر از ١٠٠

حالت دوم جذر عدد بزرگتر از ١٠٠

١٥١ — حالت اول جهت استخراج جذر عددی که بیش از دو رقم نداشته باشد

قاعده آنست که ما بین مجذورات متوالیه اعداد یک رقمی تجسس و تفحص

کنیم که یا مساوی عدد مفروض باشد و یا کوچکتر از آن مشروط بر آنکه مجذور

ما بعد بزرگتر از آن عدد باشد در اینحالت رقمی که در فوق آن مجذور

نوشته شده جذر عدد مفروض است

اگر عدد مفروض در جدول مجذورات اعداد یک رقمی بعینه موجود باشد مجذور تام است

و عددی که در فوق آن نوشته شده جذر تحقیقی او است

در عکس این حالت یعنی در صورتیکه عدد مفروض جذر موجود نباشد گوئیم

عدد مجذور کامل نیست و جذر آن اصم است در اینجا رقمی که متقابلاً با عدد فوقانی بلا واسطه

آن دو مقدار تقریبی جذر مطلوب خواهند بود با کمتر از یک واحد تقریب.

مثلاً اگر عدد ۴۹ مفروض باشد جذر آن را بجدول اعداد یک تا نه نگاه کنیم

و بعدد ۴۹ برسیم پس عدد فوق آن یعنی ۷ جذر تحقیقی او است

و اگر عدد ۵۳ مفروض باشد جذر آنرا میبایست از بین مجذور کامل ۴۹ اختیار

میکنیم که کوچکتر است از ۵۳ و مجذور ما نمیتواند ۶۴ بزرگتر از آن باشد

در اینجا لذا ۴۹ نظیر ۴۹ که عدد ۷ است با عدد بلا واسطه فوقانی آن یعنی ۸ دو

مقدار تقریبی جذر ۵۳ خواهند بود با کمتر از یک واحد صحیح تقریب

۱۵۲ — حالت دوم — جهت استخراج جذر عدد صحیح فرض کنیم که عدد آن است

ابتدا از سمت یمین عدد را به قطعات دو رقمی تقسیم کنیم بدین صورت که عده

قطعات با انضمام قطعه سمت یسار که ممکن است بیش از یک رقم نداشته باشد عده

ارقام جذر مطلوب خواهد بود

پس از آن بر وفق حالت اول استخراج میکنند جذر بزرگترین مجذور که در قطعه سمت یسار گردد

بسیار نا قابل باشد و رقمی که می یابند اول نیز رقم جذر مطلوب خواهد بود

پس آن مجذور [illegible] را که یافته ایم از اول قطعهٔ سمت یسار نقصان مینمائیم تا باقی

مانده [illegible] قطعهٔ دوم [illegible] آن را اول

رقم سمت یمین [illegible] اگر [illegible] بطریق [illegible] بدست آید جدا نموده [illegible]

یسار او را بر ضعف رقم اول جذر تقسیم مینمائیم خارج قسمت صحیح این تقسیم [illegible]

از دو [illegible] رقم [illegible] خواهد بود و مجذور امتحان این رقم آن را در سمت یمین ضعف

رقم اول [illegible] امتحان نموده ضرب نموده حاصل آن را از

مرکب از باقی ماندهٔ اول و قطعهٔ دوم نقصان میکنیم پس اگر رقم [illegible] ممکن

رقمی که یافته بودیم صحیح است و الا یک واحد از آن نقصان نموده مجدد امتحان

میکنیم و همین طریقه معمول است و مینمائیم تا رقم واقعی بدست آید

چون رقم دوم جذر بدست آمد قطعهٔ سیم را در یمین باقی دوم فرود می آوریم و اول

رقم سمت یمین علیحده بنظر نو بدست آمده جدا میکنیم و جزء سمت یسار را

بر ضعف رقم جذر [illegible] تقسیم مینمائیم و خارج قسمت صحیح این تقسیم [illegible] بزرگتر

از [illegible] رقم جذر خواهد بود مجذور امتحان این رقم آن را در سمت یمین ضعف

دو رقم اول جذر نوشته حاصل را در رقم امتحان نموده ضرب میکنیم و حاصل

ضمن را از عدد مرکب از باقی دویم و قطعهٔ سیم تفریق میکنیم پس اگر ممکن شد رقم که یافته‌ایم صحیح است و الا یک واحد از آن نقصان نموده مجدداً امتحان میکنیم تا رقم واقعی بدست آید

در همین طریق مداومت مینمائیم تا هنگامیکه تمام قطعات دو دو فرود آیند و آخرین باقیمانده که بدست آید باقی عمل جذر است

مثلاً اگر مقصود استخراج جذر عدد ۵۸۵۹۱۶ باشد عمل را بیکی از دو طریقهٔ ذیل مرقوم میدارند

```
۵۸۵۹۱۶ | ۷۶۵
۴۹     |-----------
----   | ۱۴۶ | ۱۵۲۵
۹۵۹    |   ۶ |    ۵
۸۷۶
----
۸۳۱۶
۷۶۲۵
----
۶۹۱
```

```
۵۸۵۹۱۶ | ۷۶۵
   ۹۵۹ |-----------
  ۸۳۱۶ | ۱۴۶ | ۱۵۲۵
   ۶۹۱ |   ۶ |    ۵
```

ممکن است اتفاق افتد که در یکی از تقسیمات خارج قسمت صحیح صفر باشد در اینجا رقم نظیر جذر مطلوب صفر خواهد بود و باقیمانده نظیر آن رقم هم باقی مانده سابق است باضافه آخرین قطعه جذر که فرود آورده ایم

حاصل قطعهٔ جذر بدل دیگر فرود می آوریم و موافق قاعدهٔ معموله عمل را باتمام می رسانیم

۱۵۳ — **تنبیه** — در عمل استخراج جذر هر یک از باقیمانده‌ها

مساوی یا کوچکتر باید از ضعف ارقام جذر بعلاوه یک

مثلا در مثال فوق باقی ماندهٔ ۴۹۱ کوچکتر است از ضعف ۲۴۵ بعلاوه

یک یعنی از ۴۹۱ و همچنین باقیماندهٔ ماقبل ۴۳ کوچکتر است از

ضعف ۲۴ بعلاوه یک

استخراج جذر عدد صحیح با کسری تا تقریب معین

۱۵۴ — استخراج جذر هر عدد تا تقریب معین مانند $\frac{1}{7}$ عبارت است

از تعیین بزرگترین مولتیپل $\frac{1}{7}$ که در جذر عدد مفروض محتوی باشد همیشه

این عمل را راجع میکنند باستخراج جذر تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب

قاعده — بجهت استخراج جذر عدد صحیح با کسری تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب

قاعده آنست که عدد مفروض را در مجذور مخرج تقریب ضرب کنیم و جذر حاصل ضرب را

تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج نموده نتیجهٔ عمل را بر مخرج تقریب قسمت نمائیم

مثلا اگر مقصود استخراج جذر ۱۹ است تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب در اینصورت

۱۹ را در مجذور ۷ ضرب میکنیم و حاصل میشود ۹۳۱ = 19×7^2 و خلاصه

تقریب

۱۴۹ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریباً استخراج مینمائیم و دو مقدار ۳۰ و ۳۱ بدست می‌آیند بنابراین دو مقدار تقریبیه جذر ۱۹ تا کمتر از $\frac{1}{7}$ ، $\frac{30}{7}$ و $\frac{31}{7}$ است

اگر مقصود استخراج جذر $\frac{355}{113}$ باشد تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریباً در اینصورت کسر مفروض را در مجذور مخرج تقریبیه ضرب میکنیم و حاصل میشود

$$\frac{355}{113}\times 7^2=\frac{17395}{113}=153+\frac{106}{113}$$

پس جذر عدد ۱۵۳ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریباً استخراج میکنیم و دو حد ۱۲ و ۱۳ بدست می‌آیند بنابراین دو جذر تقریبی کسر $\frac{355}{113}$ تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریباً $\frac{12}{7}$ و $\frac{13}{7}$ خواهند بود

اگر صورت تقریب واحد نباشد مثلاً مقصود استخراج جذر باشد تا کمتر از $\frac{5}{7}$ تقریباً در اینصورت کسر $\frac{5}{7}$ را باینصورت $\frac{1}{\frac{7}{5}}$ درمیاوریم و آنوقت قاعده فوق را معمول میداریم یعنی $\frac{7}{5}$ را مخرج کسر تقریب قرار میدهیم

جذر کسور

۱۵۵ — وقتیکه مخرج کسر مفروض مجذور کامل باشد جذر صورت را

تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج نموده بر جذر حقیقی مخرج قسمت میکنند

مثلاً بخواهند استخراج جذر ۱۹/۳۶ جذر ۱۹ را تا کمتر از یک واحد صحیح

تقریب استخراج میکنیم ۲ عدد ۴ و ۵ را که هر یک را بر جذر حقیقی ۳۶

قسمت میکنیم بنابراین دو جذر تقریبی کسر ۱۹/۳ ۲ عدد ۴/۶ و ۵/۶

خواهند بود و تقریب آنها کمتر است از ۱/۶

۱۵۶ — تنبیه — اگر صورت و مخرج هر دو مجذور کامل باشند

کسر مجذور کامل است و در اینحالت از صورت و مخرج جدا جدا جذر میگیرند

مثلاً جذر کسر ۱۶/۲۵ کسر ۴/۵ خواهد بود بدون تقریب

اگر هیچیک از دو جمله کسر مفروض مجذور کامل نباشند میتوان مخرج را

مجذور کامل نمود و بجهة این عمل کافی است دو جمله از کسر را در مخرج ضرب

کنیم و پس از آن بر وفق نمره (۱۵۵) عمل را باتمام رسانیم

مثلاً بخواهند استخراج جذر کسر ۷/۱۲ دو جمله آنرا در ۱۲ ضرب کنیم

تا کسر ۸۴/۱۴۴ بدست آید که مخرج آن مجذور کامل است در اینحالت

موافق قاعده نمره (۱۵۵) جذر صورت را تا کمتر از یک واحد صحیح

تقریب استخراج مینمائیم و بر جذر حقیقی مخرج قسمت میکنیم تا

کسر $\frac{9}{12}$ و $\frac{10}{12}$ بدست آیند و این دو کسر دو جزو تقریبی کسر

$\frac{7}{12}$ خواهند بود تا کمتر از $\frac{1}{12}$ تقریب

۱۵۷ — میتوان مخرج کسر را مجذور کامل نمود به اینکه صورت و مخرج کسر

مفروض را در حاصلضرب عواملی که صاحب نمایندهٔ فرد میباشند [ضرب کنیم]

مثلاً اگر کسر $\frac{157}{240}$ مفروض باشد اول مخرج ۲۴۰ را

بعوامل اول خود تجزیه مینمائیم

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

و معلوم میشود که دو عامل ۳ و ۵ صاحب نمایندهٔ فرد هستند پس صورت

و مخرج کسر $\frac{157}{240}$ را در حاصلضرب 5×3 یعنی ۱۵ ضرب میکنیم و کسر

$\frac{2355}{3600}$ که مخرج آن مجذور کامل است بدست آید

۱۵۸ — تبصره — از اینجا معلوم میشود که هرگاه عددی را

بعوامل اول خود تجزیه نمائیم شرط مجذور کامل بودن آن اینست که

نمایندهای عوامل آن همه زوج باشند

مثلاً ۳۶۰۰ مجذور کامل است و چون آنرا تجزیه نمائیم حاصل شود

$$3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$$

آنرا در حاصلضرب عوامل اول مخرج که نمایندهٔ آنها فرد است ضرب کنیم

در استخراج جذر اعداد با کسور اعشاری تقریبی

۵۹ — قاعده — برای استخراج جذر عدد صحیح یا دارای اعشار معین بتقریب قاعده آنست که جذر عدد مفروض را تا کمتر از یک واحد صحیح بتقریب استخراج کنیم و پس از آن بیمین عدد دو صفر بر یمین باقیمانده جذر اضافه نمائیم و عمل را ادامه دهیم و در یمین باقیمانده متوالی هر مرتبه دو صفر اضافه نمائیم و پیش رویم تا آنکه مرتبه آخرین رقمی که می یابیم از جنس مرتبه اعشاری تقریب گردد در آنحال عمل را ختم میکنیم

مثال ۱ — برای استخراج جذر ۲ تا کمتر از یک ده هزارم تقریب صورت عمل چنین میشود

	۱٫۴۱۴۲		
۲			
۱۰۰	۲۴ ۲۸۱	۲۸۲۴	۲۸۲۸۲
۴۰۰	۴ ۱	۴	۲
۱۱۹۰۰			
۷۰۴۰۰			
۱۳۸۳۶			

بنا بر این ۱٫۴۱۴۲ و ۱٫۴۱۴۳ دو مقدار تقریبی $\sqrt{2}$ هستند تا کمتر از ۰٫۰۰۰۱ تقریب

۱۰۱ — **فائده** — بجهة استخراج جذر هر کسر متعارفی تا کمتر از یک واحد اعشاری تقریب قاعده آنست که کسر متعارف مفروض را به اعشاری تحویل کنیم بطریقیکه عده ارقام اعشاری آن ضعف عده ارقام اعشاری کسر تقریب باشد. پس از آن از ممیز قطع نظر نموده جذر آن عدد را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم و از همین جذر بعده ارقام اعشار تقریب با ممیزی رقم جدا مینمائیم

مثلاً بجهة استخراج جذر ۲۲/۷ تا کمتر از ۰٫۰۰۱ تقریب اول ۲۲/۷ را به اعشار بدل میکنیم و عده ارقام اعشاری آن را تا ۶ رقم میگیریم

$$\frac{۲۲}{۷} = ۳/۱۴۲۸۵ \ldots$$

پس از آن جذر ۳۱۴۲۸۵۷ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم

	۱۷۷۲		
۳۱۴۲۸۵۷	۲۷	۳۴۷	۳۵۴۲
۲۱۴	۷	۷	۲
۲۵۲۸			
۹۹۵۷			
۲۸۷۳			

پس از ممیزی عدد ۱۷۷۲ سه رقم را اعشار جدا میکنیم و ۱٫۷۷۲ را جذر مطلوب است

۱۰۲ — ممکن است اتفاق افتد که کسر مفروض اعشاری باشد و عده ارقام اعشار آن چنانچه باید ضعف عده ارقام اعشاری کسر تقریب نباشد لازم است در اینجا هم

صفر بر یمین آن اضافه مینمائیم

مثلاً اگر مقصود استخراج جذر ۲ر۷۱۸ باشد تا ۰ر۰۰۱ بتقریب اول

۳ صفر بر یمین آن اضافه میکنیم تا ۲ر۷۱۸۰۰۰ بدست آید و آنوقت

قاعدهٔ فوق را جاری مینمائیم

فصل دوم

در مکعب و کعب اعداد

۱۴۳ — **مکعب یا قوهٔ سیم** هر عدد حاصل ضرب

عامل مساوی بآن عدد است مثلاً مکعب ۵ عدد ۱۲۵ و مکعب ۷ عدد

۳۴۳ است و چنانچه سابقاً مذکور داشتیم مکعب هر کسر حاصل میشود

در صورتیکه دو جملهٔ آنرا مکعب نمائیم

کعب یا ریشهٔ سیم یا ضلع یک عدد عددی است

که چون آنرا مکعب نمائیم عدد مفروض حاصل گردد

مثلاً کعب ۱۲۵ عدد ۵ و کعب ۳۴۳ عدد ۷ است

کعب عدد را باین علامت $\sqrt[3]{\;}$ نمایش میدهند مثلاً $\sqrt[3]{125}$ ...

کعب ۱۲۵ و $\sqrt[3]{\frac{64}{729}}$ تلفظ میشود کعب $\frac{64}{729}$

هر عددی که مکعب عددی صحیح یا عدد کسری باشد آن را مکعب کامل گویند و کعب چنین عدد منطق است و در غیر این حال کعب عدد مفروض اصم خواهد بود

عملی که بر اعانت آن تعیین میکنند کعب منطق یا کعب اصم را **استخراج کعب** گویند

استخراج کعب از ذکر چند خاصیت ناگزیریم

مکعب حاصل جمع دو عدد مساوی است به مکعب عدد اول باضافه سه برابر حاصل ضرب مجذور عدد اول در عدد دوم باضافه سه برابر حاصل ضرب عدد اول در مجذور عدد دوم باضافه مکعب عدد دوم

مثلا $(2+5)^3 = 2^3 + 3\times2^2\times5 + 3\times2\times5^2 + 5^3$

چون هر عددی که بزرگتر از ۹ باشد مرکب خواهد بود از عشرات و آحاد پس میتوان گفت که مکعب هر عددی که مرکب باشد از عشرات و آحاد مساوی است به مکعب عشرات باضافه سه برابر حاصل ضرب مجذور عشرات در آحاد باضافه سه برابر حاصل ضرب عشرات در مجذور آحاد باضافه مکعب آحاد

۳ ـــــ جدول مکعبات اعداد یک رقمی از این قرار است

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶	۳۴۳	۵۱۲	۷[illegible]

و مکعّبات قوای متوالیهٔ ۱۰ از اینقرارند

۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰
۱۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰

و بملاحظهٔ اوّل معلوم میشود که کعب هر عدد کوچکتر از ۱۰۰۰
یعنی کعب هر عدد سه رقمی صاحب یک رقم خواهد بود

در استخراج کعب اعداد صحاح

۱۰۵ — در استخراج کعب هر عدد صحیح دو حالت ممکن است اتّفاق افتد.

حالت اوّل کعب عدد کوچکتر از ۱۰۰۰

حالت دوّیم کعب عدد بزرگتر از ۱۰۰۰

۱۰۶ — حالت اوّل بجهت استخراج کعب عددی که بیش از سه رقم نداشته باشد قاعده آنست که مابین مکعّبات متوالیهٔ اعداد یک رقمی تفحص کنیم که یا مساوی عدد مفروض باشد یا کوچکتر از آن مشروط بر اینکه مکعّب ما بعد بزرگتر از آن عدد باشد در اینحالت رقمی که مدور آن مکعّب [illegible]

کعب ۶ عدد ۲۱۶ [illegible]

اگر عدد مفروض در جدول مکعبات اعداد یک رقمی بعینه موجود باشد مکعب کامل است
و عددی که در فوق آن نوشته شده کعب تحقیقی او است

در عکس این حالت یعنی در صورتیکه عدد مفروض در جدول موجود نباشد
در آن حال مکعب کامل نیست پس کعب آن اصم است در اینصورت رقمی که مابین آنهم
با عدد بلا واسطه فوقانی آن دو عدد تقریبی کعب مطلوب خواهند بود
تا کمتر از یک واحد تقریب

مثال اگر عدد ۳۴۳ مفروض باشد در جدول مکعبات اعداد یک رقمی آنرا تفحص
می‌نمائیم و بعینه می‌یابیم پس عدد فوق آن یعنی ۷ کعب تحقیقی او است
و اگر عدد ۳۵۲ مفروض باشد در جدول آنرا نمی‌یابیم ولی مکعب کامل ۳۴۳ را
پیدا میکنیم که کوچکتر است از ۳۵۲ و مکعب مابعد آن یعنی ۵۱۲ بزرگتر است
در اینجا رقم نظیر ۳۴۳ که عدد ۷ است با عدد بلا واسطه فوقانی آن یعنی دو مقدار
تقریبی کعب ۳۵۲ خواهند بود تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب

۱۲۷ — حالت دوم — بجهت استخراج کعب عدد صحیح قاعده آنست که ابتدا از سمت یمین
عدد را بقطعات سه رقمی قسمت کنیم در اینصورت عده آن قطعات بانضمام قطعه سمت یسار
که ممکن است بیش از یک یا دو رقم نداشته باشد عده ارقام کعب مطلوب خواهد بود

پس از آن بر وفق حالت اول استخراج میکنند کعب رقمی یمین مکعب اگر در قطعهٔ یمین یسار
شامل باشد و رقمی که می‌یابند اولین رقم کعب مطلوب خواهد بود

پس از آن مکعب رقمی که یافته‌ایم از اولین قطعهٔ سمت یسار نقصان مینمائیم ما
باقیمانده اول بدست آید عدد یمین این با قطعهٔ دوم یمین را فرود می‌آوریم و دو
اول سمت یمین عددی را که بدین طریق بدست آید جدا نموده جزو سمت یسار را
بر سه برابر مجذور رقم اول کعب تقسیم مینمائیم خارج قسمت صحیح این تقسیم مساوی
یا بزرگتر از دومین رقم کعب خواهد بود و بجهت امتحان این رقم آنرا در سمت یمین رقم اول
رقم کعب نوشته حاصل را مکعب میکنیم پس اگر این مکعب از دو قطعهٔ اول
نیز بیشتر شد رقمی که یافته بودیم صحیح است والا یک واحد از آن نقصان نموده مجدداً
امتحان میکنیم و بهمین طریق مداومت مینمائیم تا رقم واقعی بدست آید

چون رقم دوم کعب بدست آمد قطعهٔ سیم را در یمین باقی دوم فرود می‌آوریم و دو
رقم اول سمت یمین عددی که بدین طریق بدست آمده جدا میکنیم و جزو سمت
یسار را بر سه برابر مجذور دو رقم اول کعب قسمت مینمائیم و خارج قسمت صحیح این
تقسیم مساوی یا بزرگتر از سیمین رقم کعب خواهد بود و بجهت امتحان این رقم
آنرا در سمت یمین دو رقم اول کعب نوشته حاصل را مکعب مینمائیم پس اگر این

مکعب از سه قطعهٔ اول سمت یسار تفریق شد رقمی که یافته‌ایم صحیح است و الا یکی از حاصل آن نقصان نموده مجدداً امتحان میکنیم تا رقم واقعی بدست آید

و بهمین طریق مداومت مینمائیم تا هنگامیکه تمام قطعات سه رقمی فرود آیند و جزر این باقیمانده که بدست می‌آید بانی عمل کعب است

مثلاً اگر مقصود استخراج کعب عدد ۴۳۷۱۵۶۵۸ باشد صورت عمل چنین خواهد بود

۴۳ ۷۱۵ ۶۵۸	۳۵۲
۱	$۲۷ = ۳ \times ۱^{۲}$
۱۶۷۱۵	$۲۶۷۵ = ۳ \times ۳۵^{۲}$
۴۲۸۷۵	
۸۵۰۶۵۸	
۴۳۶۱۴۲۵۸	
۱۱۱۴۵۵	

ممکن است اتفاق افتد که در یکی از تقسیمات خارج قسمت صحیح صفر باشد در اینحالت رقم نظیر کعب مطلوب صفر خواهد بود و باقیماندهٔ نظیر آن رقم همان باقیمانده سابق است به انضمام آخرین قطعه که فرود آورده‌ایم در این حالت قطعهٔ جدید دیگر فرود میآوریم و موافق قاعدهٔ معمول عمل را باتمام میرسانیم

۱۶۸ — **تنبیه** — در عمل استخراج کعب هر یک از باقیماندهای متوالی که کمتر باشند از سه برابر مجذور ارقام کعب بعلاوه سه برابر آن ارقام بعلاوه یک

استخراج کعب عدد صحیح یا کسری با تقریب معین

۱۶۹ — استخراج کعب عددی با تقریب معین مانند $\frac{1}{7}$ عبارتست از تعیین نزدیکترین مولتیپل $\frac{1}{7}$ که در کعب عدد مفروض محتوی باشد و همیشه این عمل را اجرا میکنند باستخراج کعب تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب.

قاعده — بجهة استخراج کعب عدد صحیح یا کسری تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب قاعده آنست که عدد مفروض را در مکعب مخرج تقریب ضرب کنیم و کعب حاصل ضرب را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج نموده نتیجه را بر مخرج تقریب قسمت نمائیم

مثلاً اگر مقصود استخراج کعب ۱۹ باشد تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب در اینصورت ۱۹ را در مکعب ۷ ضرب میکنیم و حاصلش ۶۵۱۷ میشود $19 \times 7^3 = 6517$ و کعب ۶۵۱۷ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم و دو مقدار تقریبی ۱۸ و ۱۹ بدست آید بنابراین دو مقدار تقریبی کعب ۱۹ تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب $\frac{18}{7}$ و $\frac{19}{7}$ است

اگر مقصود استخراج کعب $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ باشد تا کمتر از $\frac{۱}{۷}$ تقریب
در اینصورت کسر مفروض را در مکعب مخرج تقریب ضرب میکنیم حاصل میشود

$$\frac{۳۵۵}{۱۱۳} \times ۷^{۳} = \frac{۱۲۱۷۶۵}{۱۱۳} = ۱۰۷۷ + \frac{۶۴}{۱۱۳}$$

پس کعب عدد ۱۰۷۷ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج
میکنیم و دو عدد ۱۰ و ۱۱ بدست می آیند بنا بر این دو کعب تقریبی
کسر $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ تا کمتر از $\frac{۱}{۷}$ تقریب $\frac{۱۰}{۷}$ و $\frac{۱۱}{۷}$ خواهند بود
اگر صورت کسر تقریب واحد نباشد **مثلاً** مقصود استخراج کعب ۹ باشد
تا کمتر از $\frac{۵}{۷}$ تقریب در اینصورت کسر $\frac{۵}{۷}$ را باینصورت $\frac{۱}{\frac{۷}{۵}}$ در می آوریم
و آنوقت قاعده فوق را معمول میداریم و $\frac{۷}{۵}$ را مخرج کسر تقریب قرار میدهیم

کعب کسور

۱۷۵ — هرگاه مخرج کسر مفروض مکعب کامل باشد کعب صورت را
تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج نموده بر کعب حقیقی مخرج قسمت میکنیم
مثلاً بجهت استخراج کعب $\frac{۹۷}{۲۱۶}$ کعب ۹۷ را تا کمتر از یک واحد صحیح
تقریب استخراج میکنیم و دو عدد ۴ و ۵ را که میابیم بر کعب حقیقی
۲۱۶ خارج قسمت میکنیم بنا بر این دو کعب تقریبی کسر $\frac{۹۷}{۲۱۶}$ دو عدد $\frac{۴}{۶}$ و $\frac{۵}{۶}$

خواهند بود و تقریب آنها کمتر است از $\frac{1}{12}$

۱۷۱ — **تنبیه** — اگر صورت و مخرج هردو مکعب کامل باشند کسر مکعب کامل است و در اینحالت از صورت و مخرج جدا جدا کعب بگیرند

مثلاً کعب کسر $\frac{64}{125}$ کسر $\frac{4}{5}$ خواهد بود بدون تقریب

اگر هیچیک از دو جمله کسر مفروض مکعب کامل نباشند میتوان مخرج را مکعب کامل نمود و بجهة این عمل کافی است دو جمله آن کسر را در مجذور مخرج ضرب کنیم

و پس از آن بروفق (۱۷۰) عمل را باتمام رسانیم

مثلاً بجهة استخراج کعب کسر $\frac{5}{12}$ دو جمله از او در مجذور ۱۲ یعنی ۱۴۴ ضرب میکنیم تا کسر $\frac{720}{1728}$ بدست آید که مخرج آن مکعب کامل است

در اینحالت موافق قاعدهٔ (۱۷۰) کعب صورت را تا کمتر از یک واحد صحیح بتقریب استخراج مینمائیم و بر کعب حقیقی مخرج قسمت میکنیم تا دو کسر $\frac{8}{12}$ و $\frac{9}{12}$ بدست آیند و این دو کسر دو کعب تقریبی $\frac{5}{12}$ خواهند

بود تا کمتر از $\frac{1}{12}$ تقریب

۱۷۲ — میتوان نیز مخرج کسر را مکعب کامل نمود باینکه صورت و مخرج آنرا در حاصل ضرب عوامل اولی ضرب کنیم که در مخرج کسر مفروض

نماینده آنها تماما مولتیپل ۳ گردد

مثال اگر کسر $\frac{۱۵۷}{۲۱۶۰}$ مفروض باشد و مخرج ۲۱۶۰۰

را بعوامل اول خود تجزیه مینمائیم

$$۲۱۶۰ = ۲^{۴} \times ۳^{۳} \times ۵$$

و معلوم میشود که صورت و مخرج را باید در حاصل ضرب $۲^{۲} \times ۵^{۲}$

یعنی ۱۰۰ ضرب کنیم تا کسر $\frac{۱۵۷۰۰}{۲۱۶۰۰۰}$ که مخرج آن مکعب کامل

است بدست آید

۱۷۳ — **تنبیه** — از اینجا معلوم میشود که چون

عددی را بعوامل اول خود تجزیه نمائیم شرط مکعب کامل بودن آن استکه

نماینده های عوامل آن همه مولتیپل ۳ باشند

مثال ۲۱۶۰۰۰ مکعب کامل است و چون آنرا تجزیه نمائیم حاصل میشود

$$۲۱۶۰۰۰ = ۲^{۳} \times ۳^{۳} \times ۵^{۳}$$

در استخراج کعب اعداد با یکواحد اعشاری تقریب

۱۷۴ — **قاعده اول** — بجهه استخراج کعب عددی صحیح تا

واحد اعشاری معین تقریب با عدد آنستکه کعب عدد مفروض را با کمتر از

یک واحد صحیح تقریب استخراج کنیم و پس از آن معین در کعب خارج داده سه صفر بر یمین با کعب اضافه نمائیم و عمل را مداومت کنیم و در باقی مانده ها سوالی هر مرتبه سه صفر اضافه نمائیم و پیش روی نمائیم که مرتبهٔ آخرین رقمی که میابیم از جنس مرتبهٔ اعشار تقریب گردد در آن حالت عمل را ختم میکنیم

مثال ۹ بجهة استخراج کعب ۲ تا کمتر از $\frac{1}{1000}$

تقریب صورت عمل چنین میشود

	۱,۲۵۹
۲	۳ = ۳ × ۱
۱	$۴۳۲ = ۳ × ۱۲^{۲}$
۱۰۰۰	$۴۶۸۷۵ = ۳ × ۱۲۵^{۲}$
۱۷۲۸	
۲۷۲۰۰۰	
۱۹۵۳۱۲۵	
۴۶۸۷۵۰۰۰	
۱۹۹۵۶۱۶۹۷۹	
۴۳۸۳۵۲۱	

بنابراین ۱,۲۵۹ و ۱,۲۶۰ دو مقدار تقریبی $\sqrt[3]{2}$ هستند تا کمتر از ۰,۰۰۱ تقریب

١٧٥ — قاعدهٔ دوم — بجهة استخراج کعب هر کسر

متعارفی تا کمتر از یک واحد اعشاری تقریباً قاعده آنست که کسر متعارفی را
باعشار تحویل کنیم بطریقی که عده ارقام اعشاری آن سه برابر عده ارقام اعشاری
کسر تقریب باشد پس از آن از ممیز قطع نظر نموده کعب آن عدد را تا کمتر از
یک واحد صحیح تقریباً استخراج نمائیم و از یمین کعب بعده ارقام اعشاری تقریب
با ممیز رقم جدا نمائیم

مثلاً بجهة استخراج کعب $\frac{٢٢}{٧}$ تا کمتر از ٠٫٠١ تقریباً اول $\frac{٢٢}{٧}$ را باعشار
بدل میکنیم و عده ارقام اعشاری آنرا تا ۶ رقم میکشیم

$\frac{٢٢}{٧} = ٣٫١٤٢٨٥٧$

پس از آن کعب ٣١٤٢٨٥٧ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریباً استخراج میکنیم

٣١٤٢٨٥٧	١٤٦
١	٣ = ٣ × ١
٢١٤٢	$٥٨٨ = ٣ × ١٤^{٢}$
٢٧٤٤	
٣٩٨٨٥٧	
٣١١٢١٣٦	
٣ ٣ ٥ ٧ ٢ ١	

حال از سمت یمین عدد ١٤٦ دو رقم اعشار جدا میکنیم و ١٫٤٦ را
کعب مطلوبست

امتحان جذر و کعب

۱۷۶ — ممکن است اتفاق افتد که کسر مفروض اعشاری باشد و عدهٔ ارقام اعشار آن چنانچه باید سه برابر عدهٔ ارقام اعشاری کسر نقرتیب بنا شده (ایجاد) هر قدر که لازم است صفر بر یمین آن اضافه مینمائیم

مثلاً اگر مقصود استخراج کعب ۸٫۷۲۲ یا ۵٫۰۰۱۱ باشد بنقرتیب اول و صفر بر یمین آن اضافه کنیم و آنوقت عمل تقریب را جاری مینمائیم

در امتحان استخراج جذر و کعب

۱۷۷ — امتحان جذر اینست که اگر جذر حاصل شده را مجذور نموده با باقی جمع کنیم عدد مفروض حاصل گردد

مثلاً جذر عدد ۵۸۵۹۱۶ را در فصل سابق استخراج نمودیم ۷۶۵ حاصل گردید و باقی جذر ۶۹۱ بود حال بجهة امتحان ۷۶۵ را مجذور میکنیم و با ۶۹۱ جمع مینمائیم و حاصل میشود

$$765^2 = 585225$$

$$\begin{array}{r} 585225 \\ 691 \\ \hline 585916 \end{array}$$

۱۷۸ — امتحان کعب نیز بهمین طریق است یعنی کعب حاصل شده را مکعب نموده بر باقی کعب می افزائیم و باید عدد مفروض حاصل گردد

مثال ۱ کعب عدد ۴۳۷۲۵۶۵۸ عدد ۳۵۲
وباقی کعب ۱۱۱۴۵۵ است پس

$$۳۵۲^{۳} = ۴۳۶۱۴۲۰۸$$
$$۱۱۱۴۵۵$$
$$۴۳۷۲۵۶۵۸$$

۱۷۹ — میتوان از روی قابلیت تقسیم اعداد بر ۹ و ۱۱ نیز جذر و کعب را امتحان نمود از اینقرار که جذر یا کعب را ۹ نه طرح نموده باقی طرح را بمجذور یا مکعب میکنیم و باقی عمل را نیز طرح نموده بر باقی طرح سابق می افزائیم و حاصل باید مساوی باقی طرح عدد مفروض باشد

مقاله پنجم

در مقیاسها و فوائد و نتایج آنها

فصل اول

در مقیاسهای جدید ایران

۱۸۵ — چنانچه سابق مذکور شد بجهة تقدیر هر کمیتی باید واحدی از همان جنس انتخاب نمود و در ملل مختلفه بجهة تقدیر کمیات متداوله از قبیل طول و سطح و حجم و وزن و غیره آحاد معینه چند مشخص نموده اند و آنها را مقیاس گوئیم و در این فصل ذکر میکنیم اصول مقیاسهای متداوله اکنون ایران را اگرچه در هر ولایتی مقیاسها مختلف میشوند ولی ما طهران و بلاد معروفه ایران را قرار میدهیم و مقیاسهای متداوله آن اماکن را شرح میدهیم

مقیاسهای طول

۱۸۶ — واحد مقیاسهای طول ذرع است و آن بر دو نوع است ذرع رسمی و ذرع شاهی که قدری اطول از آن است

اضعاف ذرع — اضعاف ذرع اسم مخصوص ندارند جز **فرسنگ** و آن بر دو نوع است اصطلاحی معادل با ۶۰۰۰ ذرع و جغرافیائی معادل با ۶۸۵۶ ذرع

اجزاء ذرع — گره معادل با $\frac{1}{16}$ ذرع و بهر معادل $\frac{1}{2}$ گره

مقیاسهای سطح

۸۲ — واحد مقیاسهای سطح ذرع مربع است

اضعاف ذرع مربع — اضعاف ذرع مربع فرسنگ مربع است و آن معادل است با ۶۰۰۰ × ۶۰۰۰ یا ۳۶۰۰۰۰۰۰ ذرع مربع

بهمه مساحت اراضی زراعتی واحد سطح جریب است و آن بر دو نوع است غیر رسمی و رسمی جریب غیر رسمی معادل است با ۱۰۰۰ و جریب رسمی با ۷۵۰ ذرع مربع

اغلب عرض و طول آن ۵۰ و ۲۰ و عرض و طول دیوار ۵۰ و ۱۵ میگیرند

اجزاء ذرع مربع — گره مربع معادل با $\frac{1}{16\times16}$ یا $\frac{1}{256}$

ذرع مربع و بهر ربع معادل $\frac{1}{4}$ گره مربع و $\frac{1}{32\times32}$

یا $\frac{1}{1024}$ ذرع مربع است

مقیاسهای حجم

۸۳ — واحد مقیاسهای حجم ذرع مکعب است

اضعاف ذرع مکعب — اضعاف ذرع مکعب اسم مخصوص ندارند

اجزاء ذرع مکعب — گره مکعب معادل $\frac{1}{16\times16\times16}$

یا $\frac{1}{4096}$ ذرع مکعب

مقیاسهای وزن

۱۸۴ — واحد مقیاسهای وزن من است و آن بر سه نوع است من تبریز و من شاه و من ری

که معادل است با دو من تبریز و من ری معادل با ۴ من تبریز

اضعاف من — خروار معادل با ۱۰۰ من تبریز

اجزاء من — سیر معادل $\frac{1}{40}$ من و مثقال معادل $\frac{1}{16}$ سیر و $\frac{1}{40\times16}$

یا $\frac{1}{640}$ من و نخود معادل $\frac{1}{24}$ مثقال و $\frac{1}{640\times24}$ یا

$\frac{1}{15360}$ من و بالاخره گندم معادل $\frac{1}{4}$ نخود و $\frac{1}{15360\times4}$

یا $\frac{1}{61440}$ من دیگر قیراط و آن معادل است $\frac{1}{24}$ مثقال

مقیاسهای نقدینه

۱۸۵ — واحد نقود قران است و آن پولی است از نقره بوزن ۲۴ نخود و بعیار [illegible]

اضعاف قران — تومان معادل ۱۰ قران

اجزاء قران — شاهی معادل $\frac{1}{20}$ قران و پول سیاه $\frac{1}{2}$ شاهی یا $\frac{1}{40}$ قران

در ایران چند پول دیگر هم معمول است [illegible] و [illegible] آنها غاز است معادل

$\frac{1}{200}$ قران و دینار معادل $\frac{1}{5}$ غاز یا $\frac{1}{1000}$ قران

مقیاسهای زمان

۱۸۶ — واحد مقیاسهای زمان **روز** است یا شبانه روز و آن مدت یک دور حرکت وضعی ارض است بگرد محور خود

اضعاف روز — **هفته** است معادل ۷ روز و **ماه هلالی** که ۲۹ روز و ۱۲ ساعت و ۴۴ دقیقه است و عبارت از مدت یک قرار وضع معین خود با آفتاب مجدداً بهمان وضع معاودت مینماید ولی اغلب آنرا ۲۹ روز یا سی روز گیرند و **سال قمری** مرکب از دوازده ماه هلالی که طول آن ۳۵۴ روز و هشت ساعت و کسری است و **سال شمسی** مرکب است از دوازده ماه شمسی ۳۰ روزه و در آخر پنج روز باسم خمسهٔ مسترقه بر آن میافزایند و علاوه بر آن در هر ۴ سال ۱ روز بر خمسه اضافه نمایند و آن سال را **کبیسه** خوانند

اجزاء روز — **ساعت** معادل $\frac{1}{24}$ شبانه روز و **دقیقه** معادل $\frac{1}{60}$ ساعت یا $\frac{1}{1440}$ روز و **ثانیه** معادل $\frac{1}{60}$ دقیقه وغیره

۱۸۷ — در ایران دو نوع تاریخ معمول است

اول تاریخ هجری که مبدء آن محرم آن سالی است که حضرت ختمی مآب صلی الله علیه و آله از مکه معظمه بمدینه طیبه هجرت فرمودند و اکنون سال ۱۲۹۷ است

سنین این تاریخ قمری است و مبدء آن از ماه محرم

دویم تاریخ جلالی منسوب به سلطان جلال الدین ملکشاه سلجوقی که مبدء آن مطابق با سال ۴۷۱ هجری بود سنین این تاریخ شمسی هستند و اول سال روز اعتدال ربیعی است و آن روز را عید نوروز نامند

اکنون سال ۸۵۱ جلالی است

۱۸۸ — **تنبیه** — در صورتیکه نسبت مابین آحاد مختلفه واضعاف و اجزای آنها در دست است محاسبه آنها اشکالی ندارد و بر وفق قواعد محاسبات کسور متعارفی متوالی اعمال حساب را در این مقیاسها جاری کرد

فصل دویم

دو مقیاسهای قدیم ایران

۱۸۹ — مقیاسهای قدیم ایران اگرچه اکنون متداول نیستند لیکن محض اطلاع آنها بعضی از آنها را در ذیل ذکر میکنیم تا هنگام حاجت بآنها رجوع نمایند

اولا در مقیاسهای طول

میل معادل ثلث فرسنگ

ذراع ید معادل $\frac{1}{4000}$ میل

اصبع معادل $\frac{1}{24}$ ذراع (اصبع را معادل عرض ۶ جو و یا ۶ تار موی از یال مادیان میگیرند)

ذراع هاشمی معادل ۳۲ اصبع

ثانیاً مقیاسهای سطح

عشیر یا قصبهٔ مربع معادل ۳۶ ذراع هاشمی مربع

جریب قدیم معادل ۱۰۰ عشیر

فصل سیم

در مقیاسهای سلسلهٔ متری

۱۹۰ — در سال ۱۷۹۹ در مملکت فرانسه مقیاسهای قدیم خود را که بی‌مبنا و بی‌مأخذ بودند ترک نمودند و یک سلسله مقیاس جدید متداول کردند و چون رفته‌رفته این مقیاسها در تمام فرنگستان بلکه در تمام عالم منتشر شدند و ملل مختلفه بعضی آنها را قبول کرده و برخی نیز در حال قبول هستند لازم دانستیم که مختصری از آن سلسله مقیاسها ذکر نمائیم

مقیاسهای طول

۱۹۱ — واحد مقیاسهای طول متر است و آن عبارت است از ده هزار هزارم جزء ربع محیط عظیمهٔ کرهٔ زمین و آنرا واحد اصلی نیز گویند چراکه احاد تمام مقیاسهای دیگر را از روی متر مشتق مینمایند

مقیاسهای مطری

اضعاف مطر — دکامتر (۱۰ مطر) وهکتومطر (۱۰۰ مطر)
وکیلومطر (۱۰۰۰ مطر) ومیریامطر (۱۰۰۰۰ مطر)
اجزاء مطر — دسیمطر (۱۰۰ر۰ مطر) وسانتیمطر
(۱۰ر۰ مطر) ومیلیمطر (۱۰۰ر۰ مطر)

۱۹۲ — چنانچه ملاحظه میشود اضعاف واجزاء مطر را نسبت اعشاری است
ومحاسبات آنها بروفق قواعد اعداد صحاح واعداد اعشاریه بسیار سهل است
در مقیاسهای طول هر واحد از واحد پست تر خود ده برابر بزرگتر است

مقیاسهای سطح

۱۹۳ — واحد سطح مطر مربع است وآن
مربعی است که هر ضلعش یک مطر باشد

اضعاف مطر مربع — دکامطر مربع وهکتومطر مربع
وکیلومطر مربع ومیریامطر مربع وآنها مربعهائی هستند که هر
ضلع آنها اضعاف واحد طولند

اجزاء مطر مربع — دسیمطر مربع وسانتیمطر مربع
ومیلیمطر مربع

در مقیاسهای سطح هر واحد صد برابر واحد پیش تر از خود میباشد چنانچه اگر مربع ذیل را ملاحظه نمائیم معلوم میشود که چون هر ضلع آن را اگر یک مطر فرض کرده ایم بده جزء متساوی قسمت نمائیم و خطوط متوازیه با اضلاع رسم کنیم صد عدد مربع کوچک بدست می آید که هر یک از اضلاع آن یک دسیمطر و بنا بر این هر یک از آنها یک دسیمطر مربع است و از اینقرار واضح میشود که مطر مربع معادل است با ۱۰۰ دسیمطر مربع

۱۹۴ — بجهة مساحت اراضی زراعتی وغیره دکامطر مربع را بکار میبرند و آنرا آر خوانند و اضعاف و اجزائی که بجهة آن قرار داده اند یکی هکتار است معادل ۱۰۰ آر و دیگری سانتی آر است معادل ۱/۱۰۰ آر پس هکتار هکتو مطر مربع و سانتی آر مطر مربع است

مقیاسهای حجم و کیل

۱۹۵ — واحد مقیاسهای حجم مطر مکعب است و آن مکعبی است که خطوط راسهای آن یک مطر هستند و اطول (مکعب جسمی است که اجزاء سطح مربع متساوی شش کاسه بود)

مقیاسهای مطری

اضعاف متر مکعب — دکامتر مکعب و هکتومتر مکعب و کیلومتر مکعب و میریامتر مکعب (و آنها مکعبها هستند که خط الراسهای آنها اضعاف واحد طولند)

اجزاء متر مکعب — دسیمتر مکعب و سانتیمتر مکعب و میلیمتر مکعب

در مقیاسهای حجم هر واحد ۱۰۰۰ برابر واحد پست تر از خود میباشد چنانچه متر مکعب معادل است با ۱۰۰۰ دسیمتر مکعب

۱۹۶ — بجهت اندازه گرفتن چوب و هیزم متر مکعب را بکار میبرند و در اینموقع استر گویند و دکاستر معادل است با ۱۰ استر

۱۹۷ — بجهت تقدیر مایعات و حبوبات دسیمتر مکعب را بکار میبرند و در اینموقع آنرا لیطر گویند پس لیطر واحد کیل است

اضعاف لیطر — دکالیطر (۱۰ لیطر) و هکتولیطر (۱۰۰ لیطر)

اجزاء لیطر — دسیلیطر (۱/۱۰ لیطر) و سانتی لیطر (۱/۱۰۰ لیطر)

مقیاسهای وزن

۱۹۸ — واحد مقیاسهای وزن گرم است و آن وزن یک سانتیمتر مکعب آب مقطر است در حرارت ۴ درجه که منتهای ثقل آب است

اضعاف گرم — دکاگرم (۱۰ گرم) و هکتوگرم (۱۰۰ گرم) و کیلوگرم (۱۰۰۰ گرم) و کنتال مطویك (۱۰۰۰ کیلوگرم) و میلیه تانن (۱۰۰۰ کیلوگرم)

اجزاء گرم — دسیگرم (۱ر۰ گرم) و سانتی گرم (۰۱ر۰ گرم) و میلیگرم (۰۰۱ر۰ گرم)

نقود

۱۹۹ — واحد نقود قران است و آن پولی است بوزن ۵ گرم و مرکب از ۹ عشر نقره و یك عشر مس

اضعاف قران اسم مخصوص ندارند

اجزاء قران — دسیم است معادل ۱ر۰ قران و سانتیم معادل ۰۱ر۰ قران

مقیاسهای زمان

۲۰۰ — سال مسیحیان شمسی است و از عبارتست از مدت یك دور حرکت انتقالی ارض بدور آفتاب و آن ۳۶۵ روز و ربعی است تقریباً مبدأ تاریخ آنها از ۷ روز بعد از میلاد حضرت مسیح است و سه سال را ۳۶۵ روز گیرند و سال چهارم را ۳۶۶ روز و آنرا کبیسه خوانند و چون سال شمسی حقیقی قریب $\frac{1}{130}$ شبانروز کمتر از ۳۶۵ روز و ربع است پس در هر ۱۳۰ سال بسبب کسور کم زیاده محسوب شده اند یك روز را

باید حذف کرد و استعمال ۵۰۴ سال بر سالهای هجری مید افزایند و در هر

۵۵۰۴ سال ۳ روز حذف میکنند از این قرار که در روز های ... سال کبیسه نیست

مگر در صورتیکه پس از وضع دو صفر عدد یکه باقی میماند مولتیپل ۴ باشد

در بعضی دول فرنگستان از قبیل روسیه این تعدیل اخیر مجری نیست

و بدین واسطه تا حال مابین تاریخ آنها و تاریخ مسیحی عام ۱۲ روز

اختلاف پیدا شده است

مبدأ تاریخ مسیحی ۶۲۲ سال قبل از هجرت است و اکنون سال ۱۸۷۹ مسیحی است

۱۵۱ — تنبیه — چون نسبت مقیاسهای سلسلهٔ مطری مشابه

اعداد اعشاری است و احتیاج بشرح تازه نیست همین قدر در نوشتن

این مقیاسها لازم است ملتفت بود که آحاد طول و سطح و حجم بترتیب ده و صد

صد هزار و هزار بالا میشوند بنابراین آحاد طول همیشه یک رقم و آحاد

سطح همیشه دو رقم و آحاد حجم همیشه سه رقم باید داشته باشند

مثلا ۱۲ دکامتر مربع و ۷۲۵ طر مربع و ۹ دسیمطر

مربع را چنین مینویسند

مطر مربع

۱۲۷۲/۵۹

در اینجا دسیمطر مربع چون صاحب یک رقم بود صفری بجای رقم مات آن قرار دادیم

۲۵۲ — در جدول ذیل نسبت آحاد مقیاسها ایران را با آحاد سلسلهٔ مطری ثبت مینمائیم تا در مقام احتیاج تبدیل آنها بیکدیگر سهل باشد

ذرع رسمی	۱٫۰۴۰	مطر
ذرع شاهی	۱٫۰۴۵	مطر
ذرع مربع	۱٫۰۸۱۲۲۵	مطر مربع
جریب غیر رسمی	۱۰۸۱٫۲۲	مطر مربع
جریب رسمی	۷۲۳٫۰۷۷	مطر مربع
ذرع مکعب	۱٫۱۰۸۷۱۸	مطر مکعب
من تبریز	۲٫۹۳۸	کیلوگرام
قران	۰٫۹۰	قران

فصل چهارم

در نسب و تناسبات

۲۵۳ — مقادیر متجانس را بدو وجه مختلف با یکدیگر میتوان سنجید یکی از اینقرار که ... دیگر آنکه
تعیین نمود فضل مقداری را بر مقدار دیگر و یا عدد دفعاتی که مقداری شامل مقدار دیگر است
در هر حالت حاصل سنجیدن دو مقدار را نسبت آنها گویند و نسبت نوع اول را
عددی یا حسابی و نسبت نوع ثانی را هندسی نامند

پس میتوان گفت که

نسبت عددی یا حسابی دو مقدار عبارتست از خارج قسمت تقسیم مقدار اول بر ثانی

مثلاً نسبت عددی ۱۸ و ۳ عدد ۱۵ است و نسبت هندسی آنها ۶

نسبت عددی ۱۸ و ۳ را چنین ۳ — ۱۸ یا ۳ ‑ ۱۸ نویسند و نسبت هندسی

همان دو مقدار را چنین $\frac{18}{3}$ یا ۳ : ۱۸ نویسند و تلفظ میکنند

نسبت ۱۸ به ۳ یا بطور اختصار ۱۸ به ۳

مقدار اول را مقدم نسبت و مقدار ثانی را تالی نسبت خوانند

و در نسبت هندسی مقدم و تالی را صورت و مخرج نسبت نیز گویند

۲۵۴ — اجتماع دو نسبت متساوی را تناسب خوانند پس تناسب

بر دو نوع است عددی و هندسی اجتماع دو نسبت عددی متساوی را

از فضل مقدار اول بر ثانی و نسبت هندسی دو مقدار عبارتست ص۵

تناسب عددی و اجماع دو نسبت هندسی متساوی را تناسب هندسی خوانند
مثلا دو نسبت عددی ۱۸۰۳ و ۲۰۰۵ با یکدیگر متساوی‌اند پس از آنها
یک تناسب عددی صورت می‌بندد و آن را چنین نویسند

۲۰۰۵ = ۱۸۰۳ یا ۲۰۰۵ : ۱۸۰۳

و دو نسبت هندسی ۱۲÷۶ و ۱۸÷۹ با یکدیگر متساوی‌اند پس از آنها یک تناسب
هندسی صورت می‌بندد و آنرا چنین نویسند

۱۸:۹ = ۱۲:۶ یا ۱۸:۹ :: ۱۲:۶

و تلفظ میکنند نسبت ۱۲ به ۶ مثل نسبت ۱۸ است به ۹ یا بطور اختصار
۱۲ به ۶ مثل ۱۸ است به ۹ در عدد ۱۲ و ۹ را طرفین و ۶
و ۱۸ را وسطین تناسب گویند

۲۵۵ ـــــ خواص تناسب عددی و هندسی کمال مشابهت را با یکدیگر
دارند و رابطهٔ این دو نوع تناسب بقسمی است که میتوان از خواص تناسب
عددی پی بخواص تناسب هندسی برد بدین طریق که جمع و تفریق و ضرب
و تقسیم را بدل کنیم بضرب و تقسیم و قوه و ریشه و بعض اینکه این مشابهت را
واضح کنیم خواص این دو نوع تناسب را مقابل یکدیگر قرار میدهیم

در خواص تناسبات

در هر تناسب عددی حاصل
جمع طرفین مساوی است به حاصل
جمع وسطین
مثلاً در تناسب عددی
۶ . ۱۱ : ۲ . ۷
مجموع ۶ + ۷ مساوی است
به مجموع ۱۱ + ۲
پس میتوان بسهولت در صورتیکه یکی
از جملهٔ های تناسب عددی مجهول باشد و
سه جملهٔ دیگر معلوم جملهٔ مجهول
را تعیین نمود از اینقرار که اگر
یکی از طرفین مجهول باشد مساوی است
به حاصل جمع وسطین منهای طرف دیگر
و اگر یکی از وسطین مجهول باشد

در هر تناسب هندسی حاصل
ضرب طرفین مساوی است به حاصل
ضرب وسطین
مثلاً در تناسب هندسی
۲ : ۱۴ :: ۳ : ۲۱
حاصل ضرب ۲ × ۲۱ مساوی است
به حاصل ضرب ۱۴ × ۳
پس میتوان بسهولت در صورتیکه یکی
از جملهٔ های تناسب هندسی مجهول باشد
و سه جملهٔ دیگر معلوم جملهٔ مجهول
را تعیین نمود از اینقرار که اگر یکی
از طرفین مجهول باشد مساوی است
به حاصل ضرب وسطین تقسیم بطرف
دیگر و اگر یکی از وسطین مجهول باشد

مساوی است بہ حاصل جمع طرفین
منہای وسط دیگر

میتوان اینہا جملہ ہر تناسب عددی را
بطریقی تغییر داد کہ تساوی مجموع
طرفین و مجموع وسطین برقرار بماند
از انیقرار تناسب عددی ذیل

۷ ۰۲ : ۱۱ ۰۶

این ہفت تناسب عددی دیگر نتیجہ میشود

۷ ۰۱۱ : ۲ ۰۶

۶ ۰۱۱ : ۲ ۰۷

۶ ۰۲ : ۱۱ ۰۷

۲ ۰۶ : ۷ ۰۱۱

۲ ۰۷ : ۶ ۰۱۱

۱۱ ۰۷ : ۶ ۰۲

۱۱ ۰۶ : ۷ ۰۲

مساوی است بہ حاصل ضرب طرفین
تقسیم بر وسط دیگر

میتوان اینہا جملہ ہر تناسب ہندسی را
بطریقی تغییر داد کہ تساوی حاصل ضرب
طرفین و حاصل ضرب وسطین برقرار بماند
از انیقرار تناسب ہندسی ذیل

۲۱ : ۳ :: ۱۴ : ۲

این ہفت تناسب ہندسی دیگر نتیجہ میشود

۲۱ : ۳ :: ۱۴ : ۲

۲ : ۱۴ :: ۳ : ۲۱

۲ : ۳ :: ۱۴ : ۲۱

۳ : ۲ :: ۲۱ : ۱۴

۳ : ۲۱ :: ۲ : ۱۴

۱۴ : ۲۱ :: ۲ : ۳

۱۴ : ۲ :: ۲۱ : ۳

وقتی که دو تناسب عددی یا دو تناسب هندسی وسطین متساوی باشند تناسب را **اتصالی** گویند

در اینصورت در تناسب عددی مقدار وسط را **واسطه عددی** طرفین نامند واسطه عددی دو مقدار مساوی است بنصف حاصل جمع آنها

مثلاً از تناسب عددی اتصالی ذیل

۹ . ۱۷ : ۱۷ . ۲۵

حاصل میشود

$$\frac{34}{2} = \frac{9+25}{2} = 17$$

اغلب تناسب عددی اتصالی فوق را باینصورت مینویسند

÷ ۹ . ۱۷ . ۲۵

در اینصورت در تناسب هندسی مقدار وسط را **واسطه هندسی** طرفین نامند واسطه هندسی دو مقدار مساوی است به جذر حاصل ضرب آنها

مثلاً از تناسب هندسی اتصالی ذیل

۵ . ۳۰ : ۳۰ : ۱۸۰

حاصل میشود

$$30 = \sqrt{5 \times 180} = \sqrt{900}$$

اغلب تناسب هندسی اتصالی فوق را باینصورت مینویسند

÷÷ ۵ : ۳۰ : ۱۸۰

وآنرا تناسب عددی گویند

هرگاه جمل یك تناسب عددی را در عددی ضرب کنیم تناسب عددی دیگر حاصل خواهد شد

مثلا از تناسب

۶ : ۱۱ : ۲ : ۷

حاصل میشود

۸×۶ : ۸×۱۱ : ۸×۲ : ۸×۷

یا ۴۸ : ۸۸ : ۱۶ : ۵۶

وآنرا تناسب هندسی گویند

هرگاه جمل یك تناسب هندسی را بقوه برسانیم تناسب هندسی دیگر حاصل خواهد شد

مثلا از تناسب

۲ : ۱۴ :: ۳ : ۲۱

حاصل میشود

$۲^۳ : ۱۴^۳ :: ۳^۳ : ۲۱^۳$

یا ۸ : ۲۷۴۴ :: ۲۷ : ۹۲۶۱

خواص مخصوصه تناسب هندسی

۲۰۴ — در تناسب هندسی میتوان مجموع یا تفاضل مقدم و تالی را در دو نسبت بجای مقدم یا تالی قرار داد

مثلا از تناسب

۲ : ۱۴ :: ۳ : ۲۱

نتیجه میشود

٢ : ٢+١۴ : : ٣ : ٣+٢١

یا ٢ : ١۶ : : ٣ : ٢۴

واینعمل را **ترکیب نسبت** گویند

و ٢ : ١۴−٢ : : ٣ : ٢١−٣

یا ٢ : ١٢ : : ٣ : ١٨

واینعمل را **تفصیل نسبت** نامند

٢٥٧ —— از روی این خاصیت میتوان تغییرات معادله در تناسب هندسی داد باینکه ترکیب تفصیل نسبت را در هفت تناسب هندسی مذکور فوق جاری نمایند

فصل پنجم

در کمیاتی که بر نسبت مستقیم یا بر نسبت معکوس تغییر می پذیرند

۲۵۸ — صورت دو عدد را عکس یکدیگر گویند
در صورتیکه حاصل ضرب آنها مساوی واحد باشد
مثلاً دو عدد ۷ و $\frac{۱}{۷}$ عکس یکدیگرند چرا که حاصل ضرب آنها مساوی $\frac{۷}{۷}$
یعنی واحد است و همچنین $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۴}{۳}$ نیز عکس یکدیگرند چون حاصل ضرب آنها $\frac{۱۲}{۱۲} = ۱$ است
هر دو کسر که عکس یکدیگر باشند و آنها را غیر ممکن التحویل نمائیم لابد
صورت هر یک از آنها مساوی مخرج دیگری است
مثلاً دو کسر $\frac{۶}{۸}$ و $\frac{۱۲}{۹}$ عکس یکدیگرند چرا که حاصل ضرب آنها مساوی است
با $\frac{۷۲}{۷۲}$ و چون آن دو کسر را غیر ممکن التحویل نمائیم دو کسر $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۴}{۳}$ بدست می آید
که در صورت هر یک مساوی مخرج دیگری است
دو نسبت را نیز عکس یکدیگر گوئیم در صورتیکه حاصل ضرب آنها مساوی واحد باشد

۲۵۹ — هرگاه دو کمیت باهم بطرزی تغییر پذیرند که نسبت هر دو مقدار
از کمیت اول مساوی باشد با نسبت دو مقدار نظیر آنها از کمیت ثانی در این
صورت گوئیم دو کمیت مفروض متناسبند و نسبت آنها مستقیم است
یا آنکه دو کمیت مفروض بنسبت مستقیم تغییر می پذیرند
مثلاً عده عمله که برای تمام کار لازم است متناسب است با مقدار اجرت آنها

ونسبت مستقیم است چنانچه اگر ۷ نفر عمله ۶ قران اجرت داشته باشند ۱۴ نفر ۸ قران اجرت خواهند داشت و $\frac{۴}{۸}=\frac{۷}{۱۴}$

ونیز عدد ذرعهای پارچه متناسب است با قیمت آن و نسبت مستقیم است چنانچه اگر ۷ ذرع پارچه ۶ قران قیمت داشته باشد ۱۴ ذرع آن ۸ قران قیمت خواهد داشت و $\frac{۴}{۸}=\frac{۷}{۱۴}$

۲۱۶ — هرگاه دو کمیت باهم بطوریکه تغییر پذیرند که نسبت هر دو مقدار از کمیت اول عکس نسبت دو مقدار نظیر آنها باشد از کمیت ثانی در اینصورت گوئیم دو کمیت مفروض متناسبند و نسبت آنها معکوس است یا اینکه دو کمیت مفروضه بر نسبت معکوس تغییر می پذیرند

مثال ۱ عده عمله ایکه جهة انجام کاری لازم است متناسب است با مدت آن کار و نسبت معکوس است چنانچه اگر ۷ نفر عمله در مدت ۶ ساعت کاری را بانجام رسانند ۱۴ نفر در دو ساعت بانجام خواهند رسانید و

$$\frac{۷}{۱۴}\times\frac{۴}{۲}=\frac{۲۸}{۲۸}=۱$$

۲۱۱ — میتوان کمیات متناسبه را که بر نسبت مستقیم یا معکوس تغییر می پذیرند بطریقه ذیل شناخت

اولا دو کمیت متناسبه بر نسبت مستقیم تغییر می پذیرند در صورتیکه

چون مقدار یکی از آن کمیات بعده مراتب معین ترقی یا تنزل کند مقدار نظیر آن نیز از کمیت ثانی بهمان عده مراتب ترقی یا تنزل نماید.

مثلا عده عمله جاکه بجهت اتمام کاری لازم است متناسب با اتمام اجرت آنهاو واضح است که چون عده عمله جات ۲ یا ۳ یا چند مرتبه ترقی یا تنزل کند اجرت تمام آنها نیز ۲ یا ۳ یا چند مرتبه ترقی یا تنزل خواهد کرد

پس این دو کمیت به نسبت مستقیم تغییر می پذیرند

ثانیا دو کمیت متناسبه به نسبت معکوس تغییر می پذیرند در صورتیکه

چون مقدار یکی از آن کمیات بعده مراتب معین ترقی یا تنزل کند مقدار نظیر آن نیز از کمیت ثانی بهمان عده مراتب تنزل یا ترقی نماید

مثلا عده عمله جاکه بجهت اتمام کاری لازم است متناسب با مدت اتمام آن کار و واضح است که چون عده عمله جات ۲ یا ۳ یا چند مرتبه ترقی یا تنزل کند مدت اتمام آن کار ۲ یا ۳ یا چند مرتبه تنزل یا ترقی خواهد کرد پس این دو کمیت به نسبت معکوس تغییر می پذیرند

۲۱۲ -- بسیار نادر است که کمیت مفروضی فقط مربوط بیک کمیت دیگر باشد بلکه اغلب هر کمیت بستگی بچندین کمیت دیگر دارد مثلا کنجایش

حوض یا منبعی بشمراست بر طول و عرض و عمق آن

پس در صورتیکه کمیت مفروضی بدینطریق بچندین کمیت دیگر بستگی داشته باشد و آنرا با یکی از کمیات دیگر متناسب خوانند بفرض مستمر است که سایر کمیات را تغییر ناپذیر فرض نموده اند مثلا هنگامیکه گویند ظرفیت منبع مفروض متناسب است با عمق آن باید دانست که طول و عرض را تغییر ناپذیر تصور نموده اند

۲۱۳ — حال شروع میکنیم بذکر مسائلی که متعلق اند بکمیات متناسبه مستقیم و معکوس و بطور کلی این مسائل همیشه راجع میشوند بیکی از دو مسئله ذیل و بنابراین میتوان آنها را بر دو نوع قرار داد

اولا در صورتیکه معلوم باشند مقدار نظیری از دو کمیت متناسبه مستقیم یا معکوس مقصود تعیین آن مقداری است از کمیت اول که نظیر باشد با مقدار معینی مفروضی از کمیت ثانی .

ثانیا در صورتیکه معلوم باشند مقادیر نظیره چندین کمیت متناسبه که نسبت مستقیم یا معکوس داشته باشند با یکی از آنها مقصود تعیین آن مقداری است از این کمیت که نظیر باشد با یک سلسله جدید مقادیر مفروضه برای کمیات دیگر و این نوع را مسائل مرکبه متناسبه خوانند

نوع دویم اتناسب مرکب گویند
أمر بعبرہ متناسبہ

۲۱۶ــ مسئله (۲۱۳ــ اولا) مشتق مسائل اربعه متناسبه است وبجهة توضیح طریقهٔ حل این نوع مسائل چند مثال ذکر میکنیم

مسئله ۱ــ در صورتیکه ۱۷ ذرع ماهوت ۱۱ تومان ارزش داشته باشد چند ذرع آن ۱۳۲ تومان ارزش خواهد داشت

طول ماهوت وقیمت آن دو کمیت متناسبه اند ومعلوم است دو مقدار نظیر ۱۷ ذرع و ۱۱ تومان مقصود تعیین مقدار ذرعی است که نظیر باشد با مقدار جدید مفروض ۱۳۲ تومان

عادت براین جاری شده که هر دو مقدار نظیر دو کمیت را در یک سطر افقی بنویسند ومقدار مجهول کمیت مفروض را بحرف (تلفظ کیند ایکس) بنمایند

تومان	ذرع
۱۱	۱۲
۱۳۲	x

اول بایدمعین کرد دو کمیت مفروض نسبت مستقیم دارند یا معکوس پس گوئیم که چون همینکه قیمت ترقی نموده اعداد ذرعها آن نیز ترقی خواهد کرد بنابراین تناسب

مستقیم است وبروفق (۲۰۹) حاصل میشود

$17 : x :: 11 : 132$

یا

$$x = \frac{17 \times 132}{11} = 204 \text{ میل}$$

مسئله ۲ — درصورتیکه ۲۴ نفر عمله در ۱۱ روز کار بابا تمام چند نفر در ۱۳۲ روز همان کار را بانجام خواهند رسانید

۲۴ نفر	۱۱ روز
x	۱۳۲

چون عدد ایام ترقی نموده اعداد عمله جات تنزل خواهد نمود و بنابراین تناسب معکوس است

وبروفق (۲۱۵) حاصل میشود

$$\frac{24}{x} \times \frac{11}{132} = 1$$

یا

$$24 \times 11 = x \times 132$$

پس

$$x = \frac{24 \times 11}{132} = 2 \text{ نفر}$$

۲۱۵ — عمل انجسب عنوان مسئله بطور تغییر پذیر در هر مرتبه بطور کلی و طریقه حل مسئله چنانست که مذکور شد مثلاً

چند نفر در مدت معین ۱۷ ذرع پارچه خواهند باف درصورتیکه در همان مدت ۱۴۵ نفر

۱۱۹ ذرع از همان پارچه را میبافند

ذرع	نفر
۱۲	x
۱۱۹	

چون عدهٔ ذرعهای بافته زیاد شده نفرها نیز زیاد خواهد شد و تناسب مستقیم است پس

$۱۱۹ : ۱۷ :: ۱۴ : x$

یا

$x = \frac{۱۴ \times ۱۷}{۱۱۹} = ۲$ نفر

تناسب مرکب

۲۱۷ — مسئله (۲۱۳ — ثانیا) سرمشق مسائل تناسب مرکب است

و بجهت توضیح طریقهٔ حل این مسائل چند مثال ذکر میکنیم

مسئله ۳ — در صورتیکه ۲۴ نفر نساج در مدت ۸ روز ۳۶۰۰ ذرع پارچه ببافند که ۲/۳ عرض داشته باشد ۱۵ نفر در چند روز ۲۴۰۰ ذرع پارچه خواهند بافت که ۵/۳ عرض داشته باشد

	عرض	طول	روز	نفر
سطر معلوم	۲/۳	۳۶۰۰	۸	۲۴
سطر مجهول	۵/۳	۲۴۰۰	x	۱۵

ستون اول را با ستون مجهول می‌سنجیم و تمام کمیات یعنی طول و عرض را تغییر ناپذیر فرض میکنیم یعنی بجای ۲۴۰۰ و ۵/۳ را مقادیر ۳۶۰۰ و ۲/۳ را تصور مینمائیم و تناسب مرکب راجع میشود باین تناسب مفرد

تناسب مرکب

درصورتیکه ۲۴ نفر در ۸ روز کاری را بانجام رسانندپس ۱۵ نفر در چند

روز همان کاررا باتمام خواهند رسانید

نفر	روز
۲۴	۸
۱۵	x

تناسب معکوس است وحاصل میشود

$$\frac{۲۴}{۱۵} \times \frac{۸}{x} = ۱$$

$$۲۴ \times ۸ = ۱۵ \times x$$

$$x = \frac{۲۴ \times ۸}{۱۵} \text{ روز}$$

پس معلوم میشود که ۱۵ نفر در $\frac{۲۴ \times ۸}{۱۵}$ روز ۳۶۰۰ ذرع

پارچه خواهند بافت که ۲ را عرض داشته باشد حال شروع میشود

باشو تجهولی سنجیم وعرض را تغییرناپذیر فرض میکنیم یعنی بجای ۵ را عرض ۲ را

را تصور میکنیم ومسئله راجع میشود باین تناسب ساده

درصورتیکه عده عمله جات معین در $\frac{۲۴ \times ۸}{۱۵}$ روز ۳۶۰۰ ذرع پارچه بیافند

در چند روز ۲۴۰۰ ذرع خواهند بافت

روز	ذرع
$\frac{۲۴ \times ۸}{۱۵}$	۳۶۰۰
x	۲۴۰۰

تناسب مستقیم است وحاصل میشود

$$\frac{24\times 8}{15} : x :: 3600 : 2400$$

$$x = \frac{24\times 8\times 2400}{15\times 3600}$$

پس معلوم میشود که ۱۵ نفر در $\frac{24\times 8\times 2400}{15\times 3600}$ روز ۲۴۰۰ ذرع پارچه خواهند بافت که ۱٫۲ عرض داشته باشد

حال شق چهارم را باید مجهول می سنجیم و مسئله راجع میشود باین

تناسب مفرد

در صورتیکه علهٔ عملجات معین بعد $\frac{24\times 8\times 2400}{15\times 3600}$ روز پارچه بعرض ۱٫۲ را ببافند در چند روز همانقدر پارچه بعرض ۱٫۵ را خواهند بافت

$$\begin{array}{ll} \frac{24\times 8\times 2400}{15\times 3600} & 1{,}2 \\ x & 1{,}5 \end{array}$$

تناسب مستقیم است و حاصل میشود

$$\frac{24\times 8\times 2400}{15\times 3600} : x :: 1{,}2 : 1{,}5$$

پس

$$x = \frac{24\times 8\times 2400\times 1{,}5}{15\times 3600\times 1{,}2} \quad (1)$$

جواب مسئله تناسب مرکب همین است و پس از اجرای اعمال مقدار مجهول

بدست آید لیکن اغلب اول آنرا مختصر میکنند یعنی عوامل مشترکه صورت و مخرج را محو مینمایند

$$x = \frac{3\times9\times8\times3\times8\times3\times5}{3\times5\times4\times9\times3\times4}$$

$$x = \frac{4\times8}{3} = \frac{32}{3} =$$ ۱۰ روز یا ۱۶ ساعت

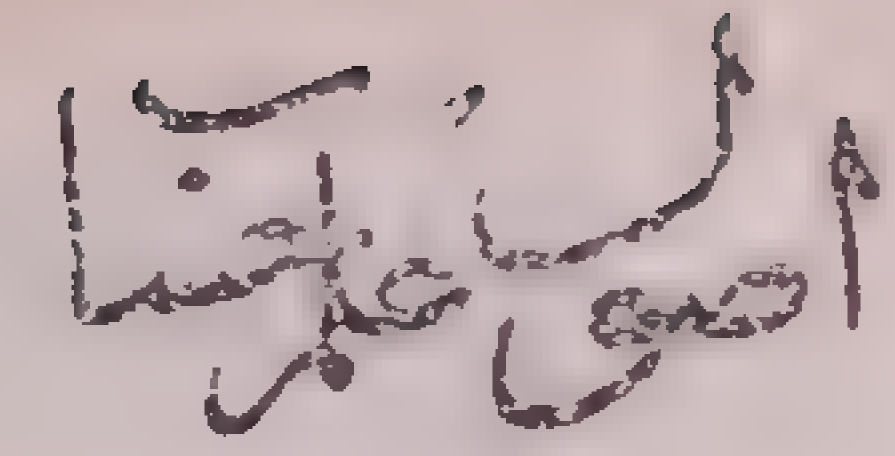
۲۱۷ — معلوم شد که همیشه حل مسائل تناسب مرکب بطریق (۱) میشود بحل چندین تناسب مفرد و میتوان از روی جواب (۱) قاعدهٔ کلی بدست آورد بهمین جهت اگر فقره اول آنرا بصورت ذیل مینویسیم

$$x = 8 \times \frac{24}{15} \times \frac{2250}{3600} \times \frac{1.5}{1.2}$$

قاعدهٔ کلی ذیل نتیجه میشود

قاعده — در تناسب مرکب مقدار مجهول x بدست می‌آید در صورتیکه مقدار معلوم هم جنس x را در نسبت مقادیر دیگر که با هم یا در عکس نسبت آنها ضرب کنیم موافق آنکه آن کمیات نسبت مستقیم یا معکوس داشته باشند با کمیت هم جنس مجهول

مسئله ۴ — ۱۲ نفر در مدت ۱۵ روز اگر روزی ۶ ساعت کار کنند خندقی حفر مینمایند که ۱۸۰ ذرع طول و ۶ ذرع عرض و



۲٫۵ عمق داشته باشد پس ۱۵ نفر در ۱۸ روز اگر روزی ۲ ساعت
کار کنند چند ذرع خندق حفر خواهند کرد که ۳٫۵ ذرع عرض
و ۲ ذرع عمق داشته باشد

نفر	روز	ساعت	طول	عرض	عمق
۱۷	۱۵	۴	۱۸۰	۶	۲٫۵
۵۱	۱۸	۲	x	۳٫۵	۲

اولاً طول خندق را با سایر کمیات سنجیده و معین میکنیم که نسبت آنها با آن مستقیم است
یا معکوس و این طور معلوم میشود که نسبت آن با عرض و عمق معکوس و با ساعت و روز و نفر
مستقیم است بر وفق قاعدهٔ کلی فوق حاصل میشود

$$x = 180 \times \frac{51}{17} \times \frac{18}{15} \times \frac{2}{4} \times \frac{6}{3.5} \times \frac{2.5}{2}$$

پس از اختصار و اجرای اعمال مقدار مجهول بدست می‌آید

در قاعدهٔ تحویل بواحد

۱۸۴ — اغلب بجهت حل مسائل تناسب مفرد و مرکب قاعده بکار میبرند که
معروف است بقاعدهٔ تحویل بواحد و آن عبارت از اینست که در ابتدا متناسبه
آن مقداری از کمیت هم جنس مجهول را معین میکنند که نظیر باشد بیک مقدار
از کمیت دیگر متعلق و در تناسب مرکب آن مقادیر از کمیت هم جنس مجهول را

که نظیر باشند با عده دیگری از مسایل مرکبات تماماً معادل یک و ما بجهة
توضیح دو مسأله ذکر میکنیم

مسأله‌ی ۵ — در صورتیکه ۱۲ ذرع ماهوت ۱۱ تومان ارزش داشته
باشد چند ذرع آن ۱۳۲ تومان ارزش خواهد داشت

حال بجهة حل این مسأله بر وفق قاعده تقریب بواحد چنین گوئیم

در صورتیکه	۱۱ تومان	قیمت	۱۲ ذرع	ماهوت باشد
پس	۱	قیمت	$\frac{۱۲}{۱۱}$	خواهد بود
وبنا براین	۱۳۲	قیمت	$\frac{۱۲}{۱۱}\times ۱۳۲$	خواهد بود

جواب مسأله $\frac{۱۳۲\times۱۲}{۱۱}$ است و این مطابق آن است که در نمره
(۲۱۴) بدست آورده بودیم

مسأله‌ی ۶ — در صورتیکه ۲۴ نفر نساج در مدت ۸ روز
۳۴۰۰ ذرع پارچه بافند که ۲ را عرض داشته باشد ۱۸ نفر در چند روز
۴۲۰۰ ذرع از همان پارچه خواهند بافت که ۲/۵ ذرع عرض داشته باشد

بجهة حل این مسأله چنین گوئیم

در صورتیکه ۲۴ نفر در مدت ۸ روز کار را باتمام رسانند

پس ۱ نفر مدت ۸×۲۴ روز همان کار را بانجام خواهد رسانید

و هرگاه صد و بیست ۳۶۰۰ ذرع پارچه را در ۸×۲۴ روز ببافند

پس ۱ ذرع پارچه را در $\frac{8\times24}{3600}$ روز خواهند بافت

و هرگاه ۱٫۲ ذرع عرض پارچه باشد $\frac{24\times8}{3600}$ روز بجهت نسج آن لازم باشد

پس اگر ۱ ذرع عرض پارچه باشد $\frac{24\times8}{3600\times1.2}$ روز بجهت نسج آن لازم خواهد بود

حال معلوم شد که یک نفر عمله در $\frac{24\times8}{3600\times1.2}$ روز یک ذرع

پارچه خواهد بافت که یک ذرع عرض داشته باشد یعنی عرض

نمودیم آن مقدار ترکیبات هم جنس بهم و اگر نظر است با مقادیر

از سایر ترکیبات تماما معادلیک و حال بجهت اتمام مسئله گوئیم

چون بجهت یک نفر عمله $\frac{24\times8}{3600\times1.2}$ روز لازم است پس مدتی

که بجهت ۱۵ لازم میشود $\frac{24\times8}{3600\times1.2\times15}$ روز

خواهد بود و مدتی که بجهت نسج ۴۴۰۰ ذرع لازم است

$$\frac{24\times8\times4400\times1.5}{3600\times1.2\times15}$$

و بالاخره مدتی که بجهت نسج ۴۴۰۰ ذرع پارچه ۱٫۵ را عرض لازم است

$$\frac{24\times8\times4400\times1.5}{3600\times1.2\times15}$$ خواهد بود و این

مطابق است با انچه در نمرهٔ (۲۰۶) ملاحظه اورده بودیم

۲۱۹ —— قاعدهٔ تحویل بواحد را میتوان با کمال فایده در حل مسائلی بکار برد که بلا واسطه باعانت تناسبات حل نمیشوند و ما بجهت مثال چند مسئله حل میکنیم

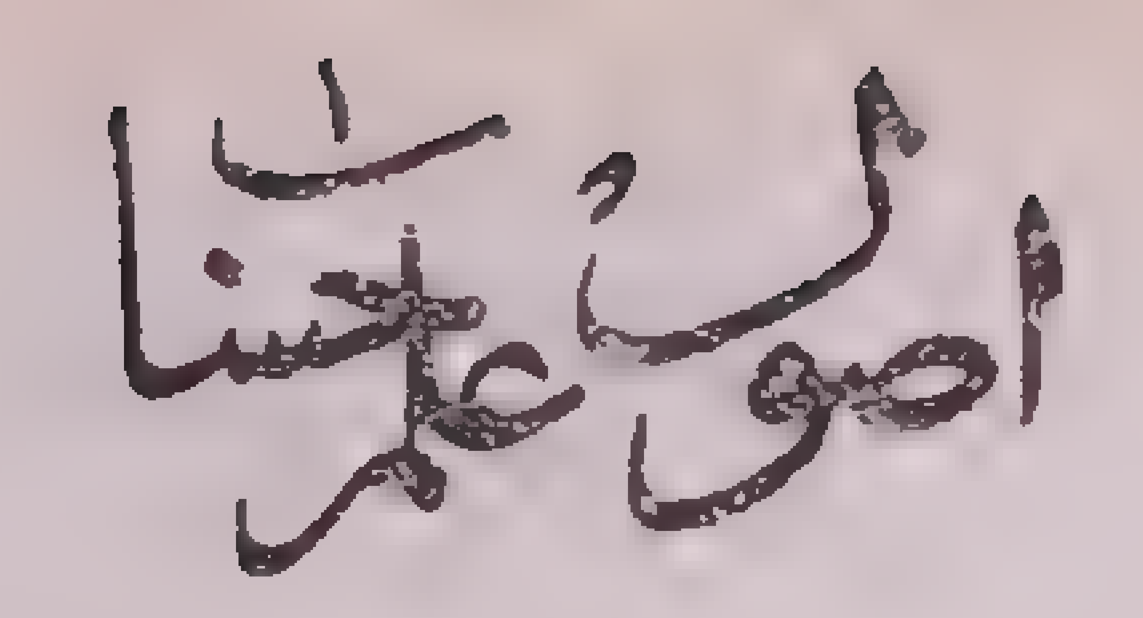
مسئلهٔ ۱ —— حوضی صاحب سه فواره است که اولی به تنهائی تمام حوض را در ۲ ساعت پر میکند و دوّمی در ۳ ساعت و سیّمی در ۵ ساعت پس اگر سه فواره با هم جاری کرده شوند در چند ساعت حوض را ممتلی خواهند نمود

بجهت حل این مسئله چنین گوئیم

چون فوّاره اوّل به تنهائی حوض را در ۲ ساعت پر میکند پس در یک ساعت $\frac{1}{2}$ حوض را پر خواهد کرد

و چون فوّاره دوّیم به تنهائی حوض را در ۳ ساعت پر میکند پس در یک ساعت $\frac{1}{3}$ حوض را پر خواهد کرد

و چون فوّاره سیّم به تنهائی حوض را در ۵ ساعت پر میکند



پس در یک ساعت $\frac{1}{5}$ حوض را پر خواهند نمود پس اگر فواره با هم جاری کردند در یک ساعت $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ حوض را پر خواهند نمود

و چون

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{15+10+6}{30}=\frac{31}{30}$$

پس معلوم شد که سه فواره در یک ساعت $\frac{31}{30}$ حوض را پر خواهند کرد

اکنون مسئله راجع میشود به تناسب مفرد که میتوان آنرا خواه با عانت قاعده (۲۱۳) و خواه بر وفق قاعدهٔ تحویل بواحد حل نمود

در صورتیکه سه فواره در یک ساعت $\frac{31}{30}$ حوض را پر کنند در چند ساعت تمام حوض یعنی $\frac{30}{30}$ حوض را پر خواهند نمود

$$1 : \frac{31}{30} :: x : \frac{30}{30}$$

و

$$x = \frac{30}{31} = ۵۸ \text{ دقیقه } \quad ۳/۸ \text{ ثانیه}$$

۲۲۰ — ممکن است که در اینگونه مسائل گاه مجرائی جهة حوض فرض کنند که جزئی از آب فواره شاید از ریختن در حوض از آن مجری خارج شود مثلاً مسئله را باینطرز عنوان کنند

مسئله ١ — حوض صاحب سه فواره است که اولی حوض را در ٧ ساعت پر میکند و دومی در ٣ ساعت و سیمی در ٥ ساعت و علاوه بر آن مجرائی دارد که حوض را در ٤ ساعت خالی میکند پس اگر سه فواره و مجری هر چهار باز باشند حوض در چند ساعت پر خواهد گشت

طریقهٔ حل اینمسئله همانست که بجهة مسئله ٧ ذکر شد و اختلاف در اینست که کسر $\frac{1}{4}$ حوض یعنی مقدار آبیرا که در یک ساعت از مجری خارج میشود از مجموع کسور $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7}$ نقصان نمود

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = \frac{179}{420}$$ حوض

و بقیهٔ راه حل آنست که بجهت مسئله ۷ ذکر شد

فصل ششم

مسائل

مرابحه

١٢٢ — نرخ هر مبلغ منفعتی است که شخص وام دهنده
آن بجهت خویش قرار میدهد و مبلغ متناسب با مبلغ
قرض که سرمایه گویند و علاوه بر آن بستگی دارد هم
با مدتی که سرمایه در مرابحه بوده و هم با نرخ
مرابحه

در ایران نرخ مرابحه منفعت یک تومان است در مدت
یک ماه مثلاً میگوئیم فلان مبلغ از قرار تومانی
سه شاهی بمنفعت داده شده است

در فرنگستان اغلب نرخ مرابحه منفعت صد قران است
در یک سال مثلاً میگوئیم فلان مبلغ از قرار

صد سه و نیم بمراجعه داده شده و نرخ صدی سه و نیم را

باینصورت می‌نویسند

۳٫۵ ٪

مینمائیم

۲۲۳ —— ربح را مفرد یا بسیط گویند هرگاه

متناسب باشد با مدتی که سرمایه در مراجعه بوده است

مسائل معاملهٔ ربح بسیط از جنس تناسب‌اند و میتوان بروفق

قواعد فصل سابق آنها را حل نمود

اول مشغول میشویم بتعیین ربح مبلغی که بنرخ معین در

زمان معین بمراجعه داده شده باشد

مسئله ۱ — ربح ۲۳۴ قران را

در ۷ ماه از قرار نرخ ۴ ٪ حساب کنید — این مسئله را میتوان

بدو طریق تعبیر داد

در صورتیکه ۱۰۰ قران در ۱۲ ماه ۴ قران منفعت

بدهد ۵ صد ... در ۷ ماه چه ... منفعت

خواهد نمود

قران	ماه	قران
۴	۱۲	۱۰۰
x	۷	۲۳۴۰

$$x = 4 \times \frac{2340}{100} \times \frac{7}{12}$$

$$x = ۵۴ر۶۰ \text{ قران}$$

میتوان همین مسئله را باعانت قاعدهٔ تحویل بواحد حل نمود از اینقرار.

اولاً چون ۱۰۰ قران درمدت ۱۲ ماه ۴ قران منفعت میکند

پس ۱ قران درمدت ۱۲ ماه $\frac{4}{100}$ قران منفعت خواهد کرد

وبنابراین ۲۳۴۰ قران درمدت ۱۲ ماه $\frac{2340 \times 4}{100}$ قران منفعت خواهد نمود

ثانیاً چون ۲۳۴۰ قران درمدت ۱۲ ماه $4 \times \frac{2340}{100}$ قران منفعت میکند

پس ۲۳۴۰ قران درمدت ۱ ماه $4 \times \frac{2340}{100} \times \frac{1}{12}$ قران منفعت خواهد کرد

وبنابراین ۲۳۴۰ قران درمدت ۷ماه $\frac{1}{12}$ × $\frac{2340}{100}$ × ۴ قران منفعت خواهد نمود

۲۲۳ ــــ در مسئله مرابحه چهار مقدار مداخل دارد ربح ونرخ وسرمایه ومدت پس میتوان برحسب اینکه یکی از این چهار مقدار مجهول باشد وسه مقدار دیگر معلوم چهار مسئله در مرابحه عنوان نمود واولین آنها تعیین ربح است درصورتیکه نرخ وسرمایه ومدت معلوم باشند این مسئله را در نمرهٔ سابق حل نمودیم وسه مسئله دیگر را محض مثال حل میکنیم

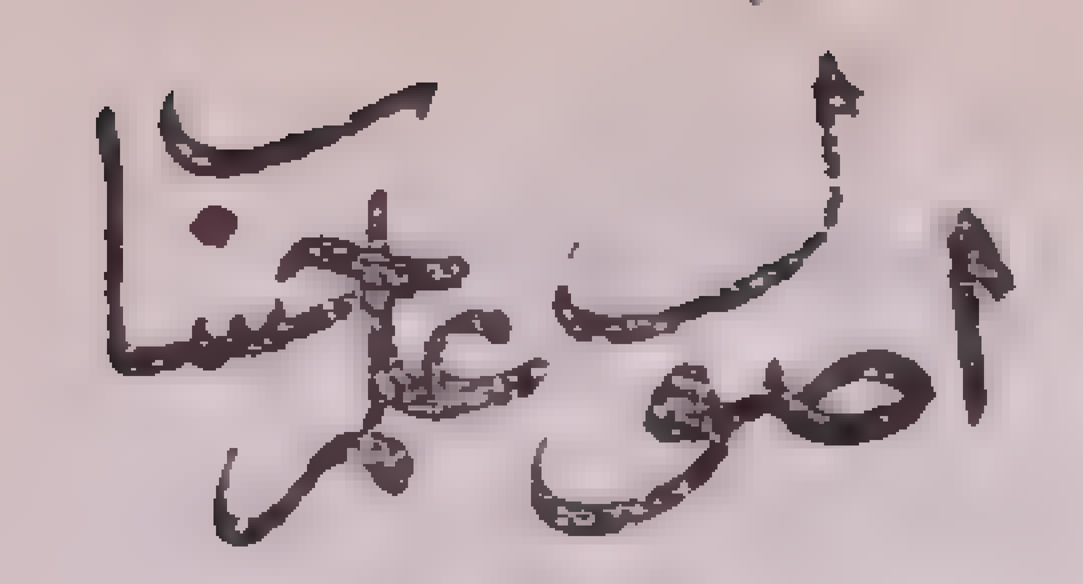
مسئله ۲ ــــ مبلغ ۳۷۵۰ قران در ۲ سال و ۶ ماه ۷۱۹٫۲۵ قران منفعت کرده است تعیین کنید نرخ مرابحه را.

قران	ماه	قران
۱۰۰	۱۲	x
۳۷۵۰	۳۰	۷۱۹/۲۵

$$x = 719/25 \times \frac{100}{3750} \times \frac{12}{30}$$

$$x = 7/672$$

مسئله ۳ ــــ چه قدر سرمایه در ۲ سال و ۳ ماه ...



از قرار نرخ ۶٪ مبلغ ۱۳۱۲٫۶۵ قران منفعت خواهد نمود

قران	ماه	قران
۱۰۰	۱۲	۶
x	۲۷	۱۳۱۲/۶۵

$x = \frac{۱۲}{۲۷} \times \frac{۱۳۱۲/۶۵}{۶}$

$x = ۹۷۲۳/۳۳$

مسئله ۶ — مبلغ ۴۸۰۰۰ قران ۱۰۳۲۰۰ قران از قرار نرخ ۶٪ منفعت نمود تعیین کنید مدت مرابحه را

قران	سال	قران
۱۰۰	۱	۶
۴۸۰۰۰	x	۱۰۳۲۰۰

$x = \frac{۱۰۰}{۴۸۰۰۰} \times \frac{۱۰۳۲۰۰}{۶}$

$x =$ سال ۳ ماه ۷

۲۲۴ — بعضی مسائل مرابحه بلاواسطه بر تناسبات راجع نمیشوند ولیکن میتوان بسهولت آنها را بر دو قواعد حل نمود و ما محض مثال مسئله از این قبیل ذکر میکنیم

مسئله ۶ — چه قدر سرمایه از قرار نرخ ۵٪ بمرابحهٔ بسیط بعد از ۳

سال و نه ماه سرمایه و منفعت مجموعاً ۴۸۰۰ قران شود

اول معین میکنیم منفعت ۱۰۰ قران را در ۳ سال و نه ماه از قرار

نرخ ۵٪ و بنا بر (۲۲۲) ربح مطلوب

$5 \times (3 + \frac{9}{12})$ قران = ۱۸٫۷۵

خواهد بود

بنابراین در مدت ۳ سال و نه ماه مبلغ ۱۰۰ قران با جمیع

منفعت ۱۱۸٫۷۵ قران میشود و اکنون میتوان مسئله را

به تناسب مفرد راجع نمود از اینقرار

در صورتیکه ۱۰۰ قران سرمایه از قرار نرخ معین باید بمرابحه داد

تا بعد از مدت معین مجموع سرمایه و منفعت ۱۱۸٫۷۵ قران شود

چه قدر سرمایه از قرار همان نرخ در همان مدت بمرابحه دهیم

که مجموع سرمایه و منفعت ۴۸۰۰ قران گردد

۱۱۸٫۷۵ قران — ۱۰۰ قران

۴۸۰۰ — ؟؟

$؟؟ = 100 \times \frac{4800}{118.75}$

؟؟ = ۴۰۴۲٫۱۰ قران

۲۲۵ — در صورتیکه موافق رسم ایران نرخ را نصف تومان قرار دهند در مدّت اشاره حل مسائل را بجز همانست که مذکور شد بلکه استعمال قاعده تحویل بواحد راه حل را آسانتر مینماید

تنزیل تجارتی

۲۲۶ — هرگاه قبل از انقضا موعد ادای مبلغی شخص طلبکار مطالبه آنرا نماید شخص مدیون مبلغی به اسم **تنزیل** کم مینماید و بقیه را بشخص طلبکار میدهد

اغلب در اعمال تجارتی تنزیلی که کسر میکنند ربح مبلغ مذکور است در مدّتی که بموعد مانده و از قرار نرخی که **نرخ تنزیل** گویند

پس مسئله تنزیل بعینه ربح بسیط است منتها اینست که در مسئله تنزیل مدّت قبل از موعد قلیل است و ما بجهت مثال یك مسئله حل میکنیم

مسئله — ۲۱ روز قبل از موعد مطالبه ۷۵۰ تومان طلب از صرّافی نموده ایم و نرخ تنزیل از قرار تومانی پنجشاهی است چه قدر تنزیل کسر خواهد کرد

تنزیل مطلوبست ۷۵۰ تومان است در ۲۱ روز از قرار نرخ تومانی ۵ شاهی

تومان	روز	شاهی
۱	۳۰	۵
۷۵۰	۲۱	x

$$x = ۵ \times ۷۵۰ \times \frac{۲۱}{۳۰}$$

$$x = ۱۳/۱۲۵۰ \text{ تومان}$$

مقدار تنزیل ۱۲۵۰ ریـ ۱۳ تومان است و بنابراین مبلغی که عاید ما میشود ۸۷۵۰ ریـ ۷۳۶ تومان خواهد بود

تقسیم بر نسبت — قاعده شرکت

۲۲۷ — تقسیم نمودن عددی بر نسبت چند عدد دیگر عبارتست از تقسیم عدد مفروض باجزائی که بترتیب متناسب باشند با آن اعداد

مثلاً تقسیم نمودن ۲۵۵ بر نسبت اعداد ۳ و ۵ و ۷ عبارتست از تقسیم نمودن ۲۵۵ به ۳ جزء بطریقیکه

جزء اول : ۳ :: جزء دوم : ۵ :: جزء سیم : ۷

قاعدة — جهت تقسیم عددی بر نسبت چند عدد دیگر قاعده آنست که عدد مفروض را متوالیاً ضرب نمود در نسبت هر یک از آن اعداد بحاصل جمع آنها

مثلا حاصل جمع سه عدد ۳ و ۵ و ۷ را معین میکنیم و آن ۱۵ است

پس عدد مفروض ۲۵۵ را در هر یک از سه نسبت $\frac{۳}{۱۵}$ و $\frac{۵}{۱۵}$ و $\frac{۷}{۱۵}$ ضرب مینمائیم تا سه مقدار ذیل بدست آیند

$۲۵۵ \times \frac{۳}{۱۵}$ $۲۵۵ \times \frac{۵}{۱۵}$ $۲۵۵ \times \frac{۷}{۱۵}$

یا ۱۱۹   ۸۵   ۵۱

پس سه قسمت عدد مفروض ۲۵۵ بترتیب ۵۱ و ۸۵ و ۱۱۹ است

تحقیق — مجموع اسهام باید معادل ۲۵۵ و نسبت هر یک از آنها بر عدد نظیر خود ثابت باشد

$$۵۱ + ۸۵ + ۱۱۹ = ۲۵۵$$

و $$\frac{۵۱}{۳} = \frac{۸۵}{۵} = \frac{۱۱۹}{۷}$$

۲۲۸ — در صورتیکه اعداد صحاح و کسور مخلوط باشند و عدد را خواهیم بر نسبت آنها تقسیم کنیم اول تمام آنها را بیك مخرج

تحویل میکنیم و پس از آن عدد مفروض را به نسبت صور آنها تقسیم مینمائیم

مثلا فرض میکنیم که مقصود تقسیم عدد مفروض باشد

به نسبت اعداد ۳ و ۵ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{5}{6}$ و ۱/۷

اول تمام این اعداد را بیك مخرج تحویل میکنیم

۳	۵	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	۱/۷
$\frac{18}{6}$	$\frac{30}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{10/2}{6}$

حال عدد مفروض را بر وفق نمره فوق به نسبت اعداد

۱۸ و ۳۰ و ۳ و ۵ و ۱۰/۲ تقسیم میکنیم

۲۲۹ — مسئله شراکت راجع میشود به تقسیم بنسبت چنانچه اگر

چند نفر تاجر با یکدیگر شراکت کرده باشند تقسیم منفعت مابین

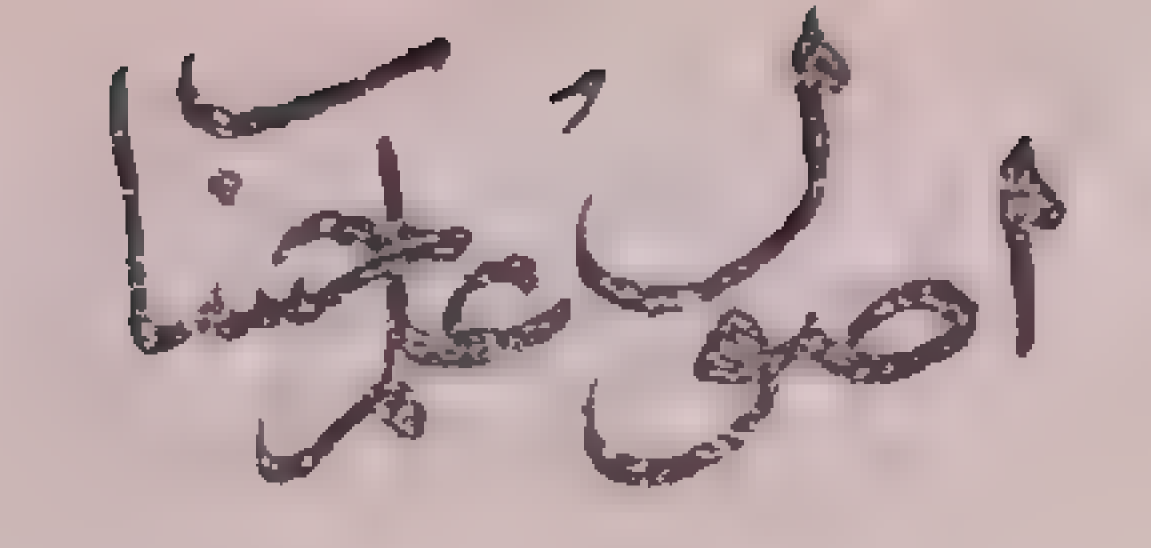
آنها به نسبت سرمایه ها خواهد بود و بنابراین تقسیم منافع

بر وفق قاعده نمره های سابق سهل است

اغلب اتفاق می افتد که حقوق شرکا بستگی نه تنها بسرمایه های

آنها دارد بلکه با مدتی که سرمایهٔ هریك در تجارت بوده

نیز رابطه دارد در اینصورت قرار بر این داده شده است



که سهم هر یک را با حاصل ضرب سرمایه در مدت تجارت متناسب کیرند
وبنابراین در اینحالت سرمایهٔ هر یک را در مدت نظر خود ضرب
میکنیم و منفعت را بنسبت آن حواصل ضرب تقسیم میکنیم
وما بجهت مثال دو مسئله ذکر مینمائیم

مسئله ۷ — سه نفر تاجر عقد شراکت بستند
سرمایهٔ اوّلی ۱۰۰۰ تومان و سرمایهٔ دوّمی ۱۵۰۰ و سرمایهٔ
سیّمی ۱۲۰۰ تومان بود و پس از مدّت تجارت ۷۷۰۰ تومان
منفعت بردند حال مقصود تعیین سهم هر یک از آنها است
بجهت حل این مسئله کافی است ۷۷۰۰ تومان را بنسبت
سرمایه‌ها قسمت کنیم وبنابر قاعدهٔ (۲۲۷) سه سهم
مطلوب از اینقرارند

$$۷۷۰۰\times\frac{۱۲}{۳۵}\qquad ۷۷۰۰\times\frac{۱۵}{۳۵}\qquad ۷۷۰۰\times\frac{۸}{۳۵}$$

یا ۲۶۴۰ ۳۳۰۰ ۱۷۶۰

مسئله ۸ — سه نفر تاجر عقد شراکت بستند
سرمایهٔ اوّلی ۸۰۰۰ تومان بود و ۶ سال در تجارت ماند

اختلاط

سرمایهٔ شخصی ۱۵۰۰۰ تومان بود و ۳ سال در تجارت ماند سرمایهٔ
شخصی ۱۲۰۰۰ تومان بود و یک سال در تجارت ماند و ۲۶۰۰ تومان
منفعت بردند حال مقصود تعیین سهم هر یک از آنها است
حاصل ضرب سرمایه‌ها در مدتهای نسبی خود از این
قرارند

۱×۱۲۰۰۰ ‏ ‏ ۳×۱۵۰۰۰ ‏ ‏ ۲×۸۰۰۰

یا ۱۲۰۰۰ ‏ ‏ ۴۵۰۰۰ ‏ ‏ ۳۲۰۰۰

حال منفعت ۲۶۰۰ تومان را ۰ این سه حاصل
ضرب تقسیم میکنیم تا سهم هر یک بدست آید

$۲۶۰۰\times\frac{۱۲}{۸۹}$ ‏ ‏ $۲۶۰۰\times\frac{۴۵}{۸۹}$ ‏ ‏ $۲۶۰۰\times\frac{۳۲}{۸۹}$

اختلاط و امتزاج

۲۳۵ — مسئله ۹ — هرگاه دو شمش نقره را
که یکی بر عیار ۹۵ و بوزن ۵ من و دیگری بر عیار
۷۸ و بوزن ۲ من باشند با یکدیگر مخلوط و ممزوج نمائیم
عیار شمش مخلوط چه قدر خواهد بود

عیار هر شمش نقره یا طلا مقدار نقره یا طلای خالص است
که در یک واحد وزن از آن شمش موجود است

چون عیار شمش اول ۰٫۹۵ است یعنی در هر من آن ۰٫۹۵ نقره خالص موجود پس در
۶ من آن ۰٫۹۵ × ۶ نقرهٔ خالص موجود خواهد بود

و چون عیار شمش ثانی ۰٫۷۸ است یعنی در هر من آن
۰٫۷۸ نقرهٔ خالص موجود است پس در ۲ من آن ۰٫۷۸ × ۲
نقرهٔ خالص موجود خواهد بود .

و بنابراین مقدار نقرهٔ خالصی که در شمش مخلوطی موجود است

۶ × ۰٫۹۵ + ۲ × ۰٫۷۸

خواهد بود و چون وزن شمش مخلوطی ۲ + ۶ من است

پس عیار آن

$$\frac{۶ \times ۰٫۹۵ + ۲ \times ۰٫۷۸}{۶ + ۲} = ۰٫۹۰۷۵$$

خواهد بود

پس بجهة تعیین عیار شمش مخلوطی باید وزن هر شمش را
در عیار آن ضرب نمود و مجموع آنها حاصل ضربها را بر مجموع

اوزان تقسیم کرد

مسئله ۱۰ — دو شمش نقره یکی بر عیار ۸۸۵ ره

ودیگری بعیار ۹۵۰ ره موجود است بچه نسبت از این

دو شمش ترکیب کنیم تا عیار شمش مخلوطی ۹۰۰ ره باشد

شرط امکان اینمسئله آنست که عیار شمش مجهول واقع باشد

مابین دو عیار مفروض

طریقهٔ حل این مسئله از اینقرار است

چون عیار شمش اوّل ۸۸۵ ره است وعیار شمش مطلوب

باید ۹۰۰ ره باشد پس هر یک من از شمش اول ۱۵ ره

نقره کمتر موجود است ودر هر یک من از شمش دوّم که

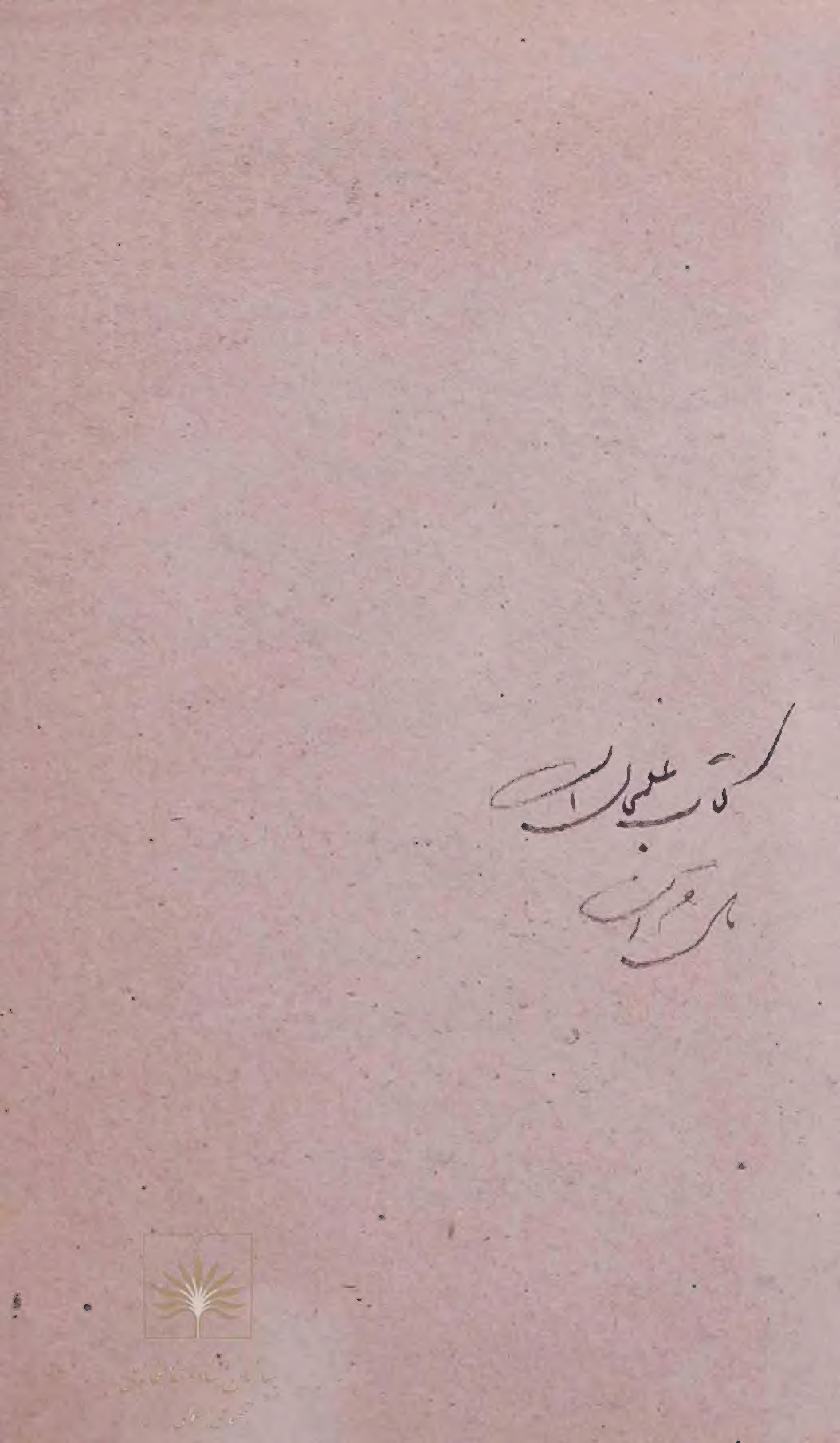
عیار آن ۹۵۰ ره است ۵۰ ره نقره بیشتر موجود است پس

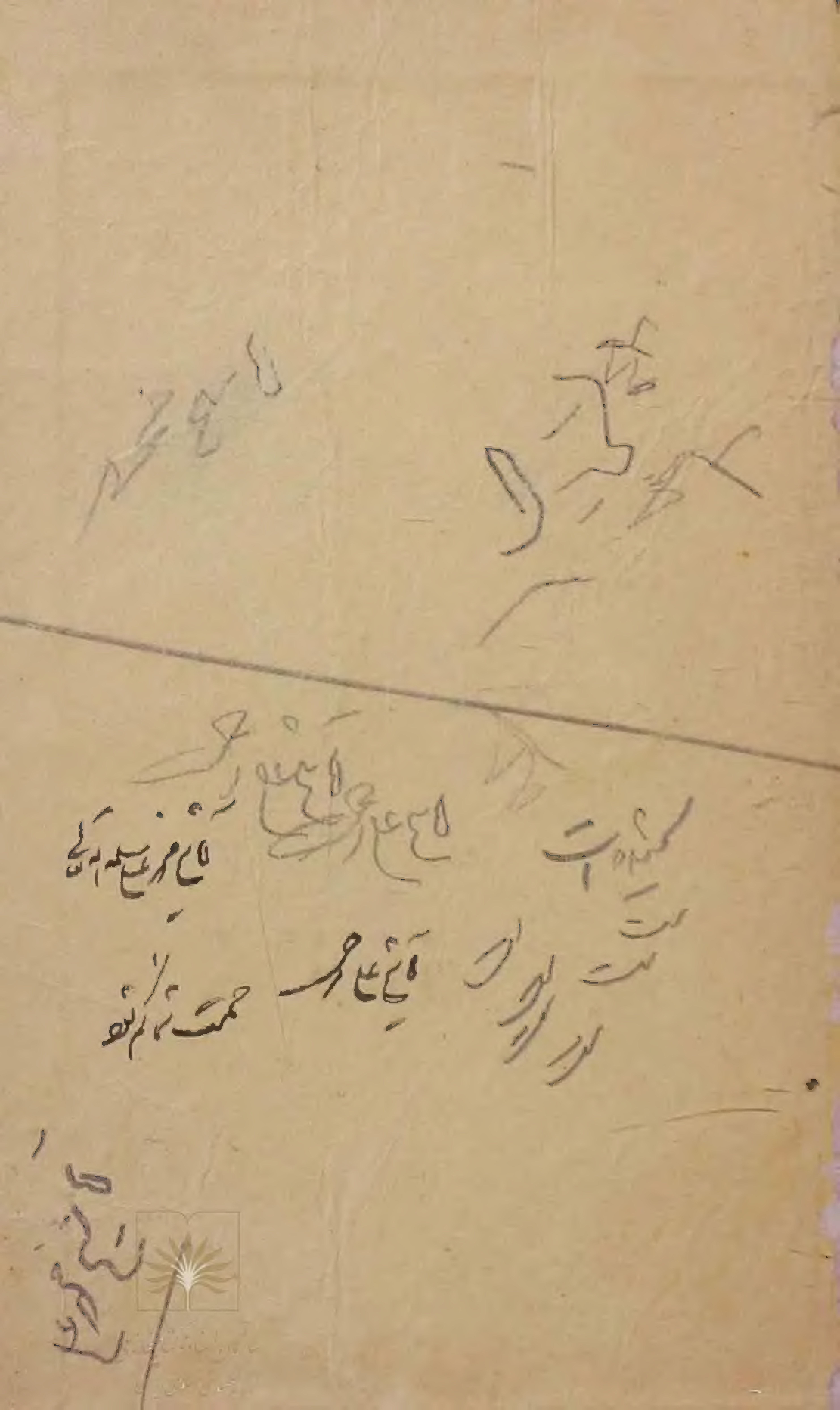
بجهت تکافی باید ۵۰ ره من از شمش اوّل برداشت و

۱۵ ره من از شمش ثانی

بطور کلّی انچه از شمش اوّل ودوّم برمیدارند متناسب

باشند بادو عدد ۵۰ ره و ۱۵ ره





سازمان اسناد و کتابخانه ملی
جمهوری اسلامی ایران